

УДК 621.318

ИНДУКТОРНАЯ СИСТЕМА С ПРИТЯГИВАЮЩИМ ЭКРАНОМ И ПЛОСКИМ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ СОЛЕНОИДОМ

Ю.В. Батыгин, проф., д.т.н., Е.А. Чаплыгин, доц., к.т.н.,
С.А. Шиндерук, доц., к.т.н., О.Е. Гаврилова, студент,
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Проведено теоретическое исследование электромагнитных процессов в рабочей зоне индукторной системы с притягивающим экраном. Анализ проделан с помощью физико-математической модели. Получены выражения для вихревых токов, возбуждаемых встречно направленными токами ветвей соленоида, сил притяжения и магнитного давления на металл.

Ключевые слова: индукторная система, притягивающий экран, прямоугольный соленоид.

ИНДУКТОРНА СИСТЕМА З ПРИТЯГУЮЧИМ ЕКРАНОМ ТА ПРЯМОКУТНИМ СОЛЕНОЇДОМ

Ю.В. Батигін, проф., д.т.н., Є.О. Чаплигін, доц., к.т.н.,
С.О. Шиндерук, доц., к.т.н., О. Є. Гаврилова, студент,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Проведено теоретичне дослідження електромагнітних процесів у робочій зоні індукторної системи з притягувальним екраном. Аналіз виконано за допомогою фізико-математичної моделі. Отримано вирази для вихрових струмів, які збуджуються зустрічно спрямованими струмами гілок соленоїда, сил притягання та магнітного тиску на метал.

Ключові слова: індукторна система, притягувальний екран, прямокутний соленоїд.

INDUCTOR SYSTEM WITH ATTRACTING SCREEN AND RECTANGULAR SOLENOID

Yu. Batygin, DSc., Prof., E. Chaplygin, PhD., Assoc. Prof., S. Shinderuk, PhD.,
Assoc. Prof., O. Gavrilova, Student,
Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. A theoretical investigation of electromagnetic processes in the working zone of the inductor system with the attracting screen and rectangular solenoid is carried out. The calculated ratios for eddy currents excited by oppositely directed currents of the rectangular solenoid winding in the screen and sheet metal are obtained. Expressions to specify the distributed force of attraction of a dent in sheet metal with the rigidly fixed screen as well as forces of magnetic pressure on the sample are determined.

Key words: inductor system with the attracting screen, rectangular solenoid, eddy currents, force attraction.

Введение

Системы магнитно-импульсного притяжения заданных участков тонкостенных листовых металлов находят всё большее применение не только в модельных экспериментах, но и в

реальных производственных операциях. Это, например, внешняя рихтовка автомобильных кузовов с вмятинами, штамповка притяжением выпуклых рисунков, сочленение-расчленение сборных металлических конструкций и др. Как известно, основными достоинства-

ми обрабатывающих технологий такого рода является высокая производительность и экологическая чистота. Немалое позитивное значение имеет отсутствие непосредственного механического контакта с обрабатываемым объектом. Кроме того, следует ещё раз подчеркнуть исключительность именно магнитно-импульсного притяжения, позволяющего осуществлять рихтовку с внешней стороны кузовных покрытий транспортных средств, не требующего предварительных операций по разборке на элементы и допускающего возможность сохранения неповреждённого защитного лакокрасочного покрытия [1–3].

Анализ публикаций

Особое место среди инструментов магнитно-импульсного притяжения занимают индукторные систем с притягивающим экраном (ИСПЭ), принцип действия которых основан на взаимном притяжении проводников с одинаково направленными токами (закон Ампера [4]).

Принципиально такие системы включают источник магнитного поля – это плоский цилиндрический соленоид, вспомогательный проводящий экран и, собственно, обрабатываемый листовой металл. Поле соленоида возбуждает в экране и листовом металле однонаправленные вихревые токи Фуко. Поскольку экран жёстко зафиксирован, притяжение в смысле механической реакции испытывает лишь обрабатываемый объект. Силовое магнитно-импульсное воздействие приводит к вытягиванию заданного участка на его поверхности [5, 6]. Конструктивно возбуждающий соленоид может располагаться на внешней плоскости вспомогательного экрана. В этом случае рабочей поверхностью индукторной системы является внутренняя плоскость экрана, обращённая к обрабатываемому объекту. Данная конструкция ИСПЭ защищена патентом Украины [7]. Дальнейшее повышение действенности таких инструментов магнитно-импульсного притяжения листовых металлов возможно только за счёт роста энергии, подаваемой от источника мощности в цепь индуктора [8].

Цель и постановка задачи

Целью работы является теоретический анализ электромагнитных процессов в рабочей

зоне ИСПЭ, возбуждаемой полем прямоугольного соленоида, с помощью простейшей физико-математической модели, представленной компланарными параллельными проводниками. Подобные задачи были описаны авторами научных изданий [9, 10]. Однако их решения не пригодны для проведения настоящего анализа, ввиду существенных отличий в геометрии и физико-математическом представлении исследованных систем.

Постановка задачи – расчётная модель, полученная мысленным осевым разрезом (А–А) продольной части ИСПЭ в области рабочей зоны (рис. 1). Влияние замыкающих поперечных токопроводов на протекающие электромагнитные процессы полагаем несущественным.

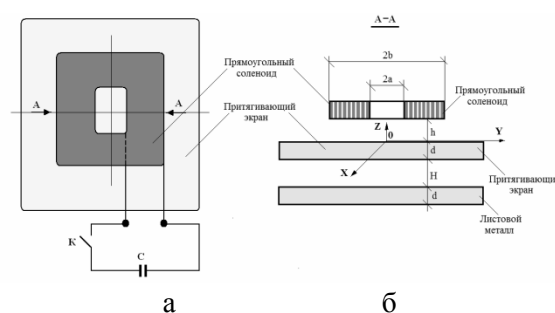


Рис. 1. Схематическое изображение и расчётная модель ИСПЭ: а – схема ИСПЭ (вид сверху); С – емкость; К – коммутатор; б – расчётная модель в декартовой прямоугольной системе координат (сечение А–А)

При конструктивном исполнении прямоугольного соленоида необходимо учесть обязательное наличие достаточно широких изолирующих промежутков между витками его обмотки – они обеспечивают возбуждение нормальных составляющих напряжённостей магнитных полей. В противном случае плотной и протяженной в поперечном направлении намотки будет возбуждаться только тангенциальная компонента напряжённости. Её поле не проникает в свободное полупространство позади обрабатываемого листового металла [9], и последний должен испытывать магнитное давление, препятствующее его притяжению.

Принимаемые допущения:

– имеет место геометрическая симметрия относительно оси аппликат, а вдоль оси абс-

цисс – достаточно большая протяжённость, так что $\frac{\partial}{\partial x} \approx 0$;

– число параллельных проводников в каждой из ветвей прямоугольного соленоида равно – N ; ширина каждого из них и ширина изоляционного промежутка между ними одинаковы и равны – g , так что, в соответствии с геометрией на рис. 1, $(b-a)=g \cdot (2N-1)$;

– толщина обмотки соленоида пренебрежимо мала, так что её влияние на протекающие процессы несущественно;

– в проводниках обмотки течёт x -компонента возбуждающего тока – $J_i(t)$, спектр которого содержит составляющие с циклическими частотами – ω ;

– амплитудно-временные параметры возбуждающего тока таковы, что справедливо квазистационарное приближение по Ландау [11]: $\frac{\omega}{c} \cdot l \ll 1$, где c – скорость света в вакууме, l – характерный размер системы;

– проводящие плоскости (экран и листовой металл) немагнитны, одинаковы и достаточно тонкостенны, так что $\omega \cdot \tau \ll 1$, где $\omega = 2\pi \cdot f$, f – характерная рабочая частота, $\tau = \mu_0 \gamma d^2$ – характерное время диффузии поля в слой с магнитной проницаемостью вакуума – μ_0 , удельной электропроводностью – γ и толщиной – d , введённые автором [10].

Материалы и результаты исследований

Решение поставленной задачи проведём аналогично работе [9]. Уравнения Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ($E_x \neq 0, H_{y,z} \neq 0$), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, имеют вид [10–12]

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z(p, y, z)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(p, y, z)}{\partial z} = j_x(p, y, z); & (1) \\ \frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial z} = -p\mu_0 \cdot H_y(p, y, z); & (2) \\ \frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial y} = p\mu_0 \cdot H_z(p, y, z); & (3) \end{cases}$$

где p – параметр интегрального преобразования Лапласа;

$$E_x(p, y, z) = L\{E_x(t, y, z)\};$$

$$H_{y,z}(p, y, z) = L\{H_{y,z}(t, y, z)\};$$

$$j_x(p, y, z) = L\{j_x(t, y, z)\}.$$

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде

$$j_x(p, y, z) = (p \cdot \varepsilon_0 + \gamma) \cdot E_x(p, y, z) + j_i(p, y, z), \quad (4)$$

где $j_i(p, y, z)$ – плотность стороннего тока в обмотке индуктора;

$j_i(p, r, z) = j_i(p) \cdot f(y) \cdot \delta(z-h)$, $f(y)$ – функция поперечного распределения плотности возбуждающего тока,

$$f(y) = \sum_{k=1}^N \left[\eta(|y| - (a + g \cdot 2(k-1))) - \eta(|y| - (a + g \cdot (2k-1))) \right],$$

$j_i(p)$ – L -изображение временной зависимости плотности возбуждающего тока; $\delta(z-h)$ – дельта-функция Дирака; $\eta(y)$ – ступенчатая функция Хевисайда; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении поставленной задачи в принятой модели следует выделить области с однородными электрофизическими характеристиками:

- свободное полупространство с внешней стороны вспомогательного экрана, $z \in [0, \infty)$;
- область металла экрана, $z \in [-d; 0]$;
- пространство между экраном и листовым металлом, $z \in [-(H+d); -d]$;
- область листового металла, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$;
- свободное полупространство с внешней стороны листового металла, $z \in (-\infty, -(2d+H)]$.

Из дифференциальных уравнений (1)–(3) с учётом выражения (4), в рамках принятых допущений (пренебрегая токами смещения) получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля $E_x(p, y, z)$ в выделенных областях.

В свободном полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана, $z \in [0, \infty)$:

$$\frac{\partial^2 E_x^{(1)}(p, y, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(1)}(p, y, z)}{\partial y^2} = \mu_0 \cdot p \cdot j_i(p, y, z). \quad (5)$$

В металле вспомогательного экрана, $z \in [-d; 0]$

$$\frac{\partial^2 E_x^{(2)}(p, y, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(2)}(p, y, z)}{\partial y^2} - (p \cdot \gamma \cdot \mu_0) \cdot E_x^{(2)}(p, y, z) = 0. \quad (6)$$

В пространстве между металлическими листами, $z \in [-(H+d); -d]$

$$\frac{\partial^2 E_x^{(3)}(p, y, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(3)}(p, y, z)}{\partial y^2} = 0. \quad (7)$$

В листовом металле, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$

$$\frac{\partial^2 E_x^{(4)}(p, y, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(4)}(p, y, z)}{\partial y^2} - (p \cdot \gamma \cdot \mu_0) \cdot E_x^{(4)}(p, y, z) = 0. \quad (8)$$

Вне системы, $z \in (-\infty, -(2d+H)]$

$$\frac{\partial^2 E_x^{(3)}(p, y, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(3)}(p, y, z)}{\partial y^2} = 0. \quad (9)$$

Согласно принятой модели расчёта на рис. 1, в параллельных ветвях прямоугольного соленоида протекают встречно направленные возбуждающие токи.

В этом случае решаемая задача с математической точки зрения обладает асимметрией относительно координатной плоскости ZOX . Данному условию удовлетворяет интегральное синус-преобразование Фурье [12]

$$\begin{cases} E_x(p, y, z) = \int_0^\infty E_x(p, \lambda, z) \cdot \sin(\lambda y) \cdot d\lambda, \\ j_i(p, y, z) = \int_0^\infty j_i(p, \lambda, z) \cdot \sin(\lambda y) \cdot d\lambda, \end{cases} \quad (10)$$

где λ – параметр интегрального преобразования,

$$\begin{aligned} j_i(p, y, z) &= 2 \int_0^\infty j_i(p, |y|, z) \cdot \sin(\lambda y) \cdot dy = \\ &= j_i(p) \cdot f(\lambda) \cdot \delta(z-h), \\ f(\lambda) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty f(y) \cdot \sin(\lambda \cdot y) \cdot dy. \end{aligned}$$

В соответствии с (10) уравнения (5–9) приводятся к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям второго порядка относительно образов электрических напряжённостей – $E_x(p, \lambda, z)$.

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана, $z \in [0, \infty)$

$$\frac{d^2 E_x^{(1)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_x^{(1)}(p, \lambda, z) = K(p, \lambda) \cdot \delta(z-h), \quad (11)$$

где $K(p, \lambda) = \mu_0 \cdot p \cdot j(p) \cdot f(\lambda)$.

В металле вспомогательного экрана, $z \in [-d; 0]$

$$\frac{d^2 E_x^{(2)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_x^{(2)}(p, \lambda, z) = 0, \quad (12)$$

где $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p\mu_0\gamma}$ – величина, имеющая смысл продольного волнового числа в металле с удельной электропроводностью γ и магнитной проницаемостью μ_0 [11].

В пространстве между металлическими листами, $z \in [-(H+d); -d]$

$$\frac{d^2 E_x^{(3)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_x^{(3)}(p, \lambda, z) = 0. \quad (13)$$

В листовом металле, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$:

$$\frac{d^2 E_x^{(4)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_x^{(4)}(p, \lambda, z) = 0. \quad (14)$$

Вне системы, $z \in (-\infty, -(2d+H)]$

$$\frac{d^2 E_x^{(3)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_x^{(3)}(p, \lambda, z) = 0. \quad (15)$$

Общие интегралы уравнений (9), (11–15) для выделенных областей представляются линейными комбинациями фундаментальных решений [12].

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана, $z \in [0, \infty)$, и условию ограниченности при $z \rightarrow \infty$ удовлетворяет функция

$$E_x^{(1)}(p, \lambda, z) = A(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda z} + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \times \\ \times \left[\eta(z-h) \cdot \text{sh}(\lambda(z-h)) - 0,5e^{\lambda(z-h)} \right], \quad (16)$$

где $A(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования.

В металле вспомогательного экрана, $z \in [-d; 0]$

$$E_x^{(2)}(p, \lambda, z) = B_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)z} + \\ + B_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)z}, \quad (17)$$

где $B_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

В пространстве между металлическими листами, $z \in [-(H+d); -d]$

$$E_x^{(3)}(p, \lambda, z) = C_1(p, \lambda) e^{\lambda(z+d)} + \\ + C_2(p, \lambda) e^{-\lambda(z+d)}, \quad (18)$$

где $C_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

В листовом металле, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$:

$$E_x^{(4)}(p, \lambda, z) = D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(z+(d+H))} + \\ + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(z+(d+H))}, \quad (19)$$

где $D_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования.

В пространстве вне системы, $z \in (-\infty, -(2d+H)]$, и условию ограниченности при $z \rightarrow -\infty$ удовлетворяет функция

$$E_x^{(5)}(p, \lambda, z) = G(p, \lambda) \cdot e^{\lambda(z-(2d+H))}, \quad (20)$$

где $G(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования.

С помощью уравнения (2) и выражений (16)–(20) находим тангенциальную компоненту напряжённости магнитного поля.

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана, $z \in [0, \infty)$

$$H_y^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p\mu_0} \left(A(p, \lambda) e^{-\lambda z} - \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \times \right. \\ \left. \times \left[\eta(z-h) \text{ch}(\lambda(z-h)) - 0,5e^{\lambda(z-h)} \right] \right). \quad (21)$$

В металле вспомогательного экрана, $z \in [-d; 0]$:

$$H_y^{(2)}(p, \lambda, z) = -\frac{q(p, \lambda)}{p\mu_0} \times \\ \times \left(B_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)z} - B_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)z} \right). \quad (22)$$

В пространстве между металлическими листами, $z \in [-(H+d); -d]$:

$$H_y^{(3)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p\mu_0} \times \\ \times \left[C_1(p, \lambda) e^{\lambda(z+d)} - C_2(p, \lambda) e^{-\lambda(z+d)} \right]. \quad (23)$$

В листовом металле, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$:

$$H_y^{(4)}(p, \lambda, z) = -\frac{q(p, \lambda)}{p\mu_0} \times \left(D_1(p, \lambda) e^{q(p, \lambda)(z+(d+H))} - \right. \\ \left. - D_2(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda)(z+(d+H))} \right). \quad (24)$$

В пространстве вне системы, $z \in (-\infty, -(2d+H)]$,

$$H_r^{(5)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p\mu_0} \cdot G(p, \lambda) \cdot e^{\lambda(z+(2d+H))}. \quad (25)$$

Из условия непрерывности касательных компонент вектора напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей получаем системы алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях для интегральных образов E_x и H_y [4, 11].

$$z=0, \begin{cases} A(p, \lambda) - \frac{K_1(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h} = B_1(p, \lambda) + B_2(p, \lambda), \\ A(p, \lambda) + \frac{K_1(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h} = -\frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \times \\ \times (B_1(p, \lambda) - B_2(p, \lambda)). \end{cases} \quad (26)$$

$$z=-d, \begin{cases} B_1(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} + B_2(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d} = \\ = C_1(p, \lambda) + C_2(p, \lambda), \\ \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} (B_1(p, \lambda)e^{-q(p, \lambda)d} - B_2(p, \lambda)e^{q(p, \lambda)d}) = \\ = C_1(p, \lambda) - C_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (27)$$

$$z=-(d+H), \begin{cases} C_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda H} + C_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda H} = \\ = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda), \\ C_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda H} - C_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda H} = \\ = \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} (D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda)). \end{cases} \quad (28)$$

$$z=-(2d+H), \begin{cases} D_1(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d} = G(p, \lambda), \\ \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} (D_1(p, \lambda)e^{-q(p, \lambda)d} - D_2(p, \lambda)e^{q(p, \lambda)d}) = \\ = G(p, \lambda). \end{cases} \quad (29)$$

Системы линейных алгебраических уравнений (26)–(29) являются определёнными и позволяют получить единственные решения поставленной электродинамической задачи для произвольных временных зависимостей полей и токов в рассматриваемой «индукторной системе с притягивающим экраном» [12].

Для практики, в первую очередь, представляет интерес так называемый низкочастотный режим, когда экран и листовая заготовка являются «прозрачными» для действующих полей [6, 7].

Низкочастотный режим действующих полей, зависимости для полей и токов

Низкочастотный режим есть некоторая идеализация, предполагающая интенсивные про-

цессы проникновения сквозь металлические элементы в системе. Условием его реализации является выполнение неравенства [5–9]

$$\omega \cdot \tau \ll 1, \quad (30)$$

где ω – круговая частота возбуждающего сигнала; $\tau = \mu_0 \gamma d^2$ – характерное время диффузии поля в тонкостенный проводник [10].

Следует подчеркнуть практическую полезность данной идеализации, несмотря на невозможность её абсолютно строгого осуществления. Она позволяет получить простые соотношения для характеристик электродинамических процессов и установить ориентиры, к которым следует стремиться при создании реальных индукторных систем для магнитно-импульсного притяжения металлов.

Выполнение неравенства (30) допускает упрощение зависимости для продольного волнового числа в металле – $q(p, \lambda)$. Итак,

$$|p \cdot \mu_0 \cdot \gamma| \ll \lambda^2 \Rightarrow q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \cdot \mu_0 \cdot \gamma} \approx \lambda. \quad (31)$$

С учётом (31) системы алгебраических уравнений для определения неизвестных постоянных интегрирования упрощаются. Получим, что

$$z=0, \begin{cases} A(p, \lambda) - \frac{K_1(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h} = B_1(p, \lambda) + B_2(p, \lambda), \\ -A(p, \lambda) - \frac{K_1(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h} = B_1(p, \lambda) - B_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (32)$$

$$z=-d, \begin{cases} B_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda d} + B_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda d} = \\ = C_1(p, \lambda) + C_2(p, \lambda), \\ B_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda d} - B_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda d} = \\ = C_1(p, \lambda) - C_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (33)$$

$$z=-(d+H), \begin{cases} C_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda H} + C_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda H} = \\ = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda), \\ C_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda H} - C_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda H} = \\ = D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (34)$$

$$z = -(2d+H),$$

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} = G(p, \lambda), \\ D_1(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} - D_2(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} = G(p, \lambda). \end{cases} \quad (35)$$

Из совокупности СЛАУ [12] находим неизвестные произвольные постоянные интегрирования.

$$\begin{cases} B_1(p, \lambda) = -\frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h}, \\ C_1(p, \lambda) = -\frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda(h+d)}, \\ D_1(p, \lambda) = -\frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda(h+d+H)}, \\ D_2(p, \lambda) = C_2(p, \lambda) = B_2(p, \lambda) = 0. \end{cases} \quad (36)$$

Соотношения из (36) подставим в (17), (19), (22), (24). Получим зависимости для L -изображений компонент напряжённостей возбуждаемого электромагнитного поля.

В металле экрана, $z \in [-d; 0]$:

$$\begin{cases} E_x^{(2)}(p, \lambda, z) = -\mu_0(p \cdot j(p)) \cdot \frac{f(\lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot e^{\lambda \cdot z} \\ H_y^{(2)}(p, \lambda, z) = j(p) \cdot \frac{f(\lambda)}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot e^{\lambda \cdot z}. \end{cases} \quad (37)$$

В листовом металле, $z \in [-(2d+H); -(H+d)]$

$$\begin{cases} E_x^{(4)}(p, \lambda, z) = -\mu_0(p \cdot j(p)) \cdot \frac{f(\lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot e^{\lambda \cdot z}, \\ H_y^{(4)}(p, \lambda, z) = j(p) \cdot \frac{f(\lambda)}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot e^{\lambda \cdot z}. \end{cases} \quad (39)$$

Выражения для электрических напряжённостей (37) и (39) помножим на удельную электропроводность $-\gamma$. Результаты проинтегрируем по пространственной переменной z в пределах, соответствующих границам экрана и листового металла соответственно. В конечном итоге получим выражения для интегральных образов линейных плотностей индуцированных токов.

В экране

$$j_3(p, \lambda) = \mu_0 \gamma (p \cdot j(p)) \cdot \frac{f(\lambda)}{2\lambda^2} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot d}). \quad (41)$$

В листовом металле

$$j_{\text{ЛМ}}(p, \lambda) = \mu_0 \gamma (p \cdot j(p)) \cdot \frac{f(\lambda)}{2\lambda^2} \times e^{-\lambda \cdot (h+d+H)} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot d}). \quad (42)$$

Далее в выражениях (41) и (42) выполним необходимые обратные интегральные преобразования.

После перехода в пространство оригиналов получаем, что

а) в экране:

$$j_3(t, y) = \left(\frac{\mu_0 \cdot \gamma \cdot j_m}{2} \right) \cdot \frac{dj_i(t)}{dt} \times \int_0^\infty \frac{f(\lambda)}{\lambda^2} \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot d}) \cdot \sin(\lambda y) d\lambda; \quad (43)$$

б) в листовом металле:

$$j_{\text{ЛМ}}(t, y) = \left(\frac{\mu_0 \cdot \gamma \cdot j_m}{2} \right) \cdot \frac{dj_i(t)}{dt} \times \int_0^\infty \frac{f(\lambda)}{\lambda^2} \cdot e^{-\lambda \cdot (h+d+H)} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot d}) \cdot \sin(\lambda y) d\lambda; \quad (44)$$

где j_m – амплитуда плотности тока в соленоиде, $j_i(t)$ – временная функция,

$$f(\lambda) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty f(y) \cdot \sin(\lambda y) dy, \quad f(y) - \text{функция}$$

поперечного распределения плотности тока в ветвях обмотки соленоида.

Формулы (43) и (44) определяют вихревые токи, возбуждаемые встречно направленными токами ветвей прямоугольного соленоида в экране и листовом металле.

Распределённая сила притяжения вмятины длиной D и глубиной H в листовом металле при жёстко фиксированном экране будет описываться следующей зависимостью [4]

$$F_{\text{атт}}(t, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot j_3(t, y) \cdot j_{\text{ЛМ}}(t, y) \cdot \frac{D}{H}, \quad (45)$$

где D – размер (длина); H – глубина вмятины.

Сила магнитного давления на металл вмятины в листовом металле определяется выражением [4]

$$F_{\text{пер}}(t, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot j_i(t, y) \cdot j_{\text{лм}}(t, y) \cdot \frac{D}{H}. \quad (46)$$

Выводы

Проведен теоретический анализ электромагнитных процессов в рабочей зоне индукторной системы с притягивающим экраном и прямоугольным соленоидом.

Получены расчетные соотношения для вихревых токов, возбуждаемых встречно направленными токами ветвей прямоугольного соленоида в экране и листовом металле.

Определены выражения для детерминации распределённой силы притяжения вмятины в листовом металле при жёстко фиксированном экране, а также силы магнитного давления на образец.

Литература

1. Батыгин Ю.В. Магнитно-импульсные методы и системы для притяжения тонкостенных листовых металлов / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, А.В. Бажинов // Магнитно-импульсная обработка металлов. Пути совершенствования и развития: труды междунар. научно-техн. конф., 18–19 сент. 2007 г. – Самара. – С. 3–13.
2. Батыгин Ю.В. Возможности магнитно-импульсной технологии для рихтовки кузовных элементов автомобилей / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Г.С. Сериков и др. // Физические и компьютерные технологии: труды 13-й Межд. научно-техн. конф., Харьков, 19–20 апр. 2007 г. – С. 352–355.
3. Batygin Yuri V. Pulsed electromagnetic attraction of sheet metals – Fundamentals and perspective applications / Yuri V. Batygin, Sergey F. Golovashchenko, Andrey V. Gnatov // Journal of Materials Processing Technology. – Elsevier. – 2013. – № 213 (3). – P. 444–452.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Наука, 1968. – 940 с.
5. Batygin Yuri V. Pulsed electromagnetic attraction of nonmagnetic sheet metals / Yuri V. Batygin, Sergey F. Golovashchenko, Andrey V. Gnatov // Journal of Materials Processing Technology. – Elsevier. – 2014. – № 214 (2). – P. 390–401.

6. Batygin Yuri V. Pulsed Electromagnetic Attraction Processes for Sheet Metal Components / Yuri V. Batygin, Sergey F. Golovashchenko, Andrey V. Gnatov, Evgeniy A. Chaplygin // Proceedings of the 6th International Conference High Speed Forming, May 26 – 29 2014, – DAEJEON, KOREA. – P. 253–260.
7. Пат. України №77579 В21 Д 26/14. Спосіб магнітно-імпульсного притягання металевих заготовок одновитковим круговим індуктором, розташованим над допоміжним екраном / Батигін Ю. В., Гнатів А. В., Чаплигін Є. О., Трунова І С., Гопко А. В., Сабокар О. С.; заявник та патентовласник Харківський нац. автом.-дорожн. ун-т. – № u2012 07542; заявл. 22.06.2012; опубл. 25.02.2013, Бюл. № 4.
8. Лаборатория электромагнитных технологий. – Режим доступа: <http://af.khadi.kharkov.ua/kafedri/fizika/naukovo-doslidna-laboratorija-elektromagnitnikh-tehnologii.html>.
9. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Х.: МОСТ-Торнадо, 2003. – 284 с.
10. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сильных токов / Г.А. Шнеерсон. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1992. – 413 с.
11. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 620 с.
12. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

References

1. Batygin Yu.V., Lavinskiy V.I., Bazhinov A. V. *Magnitno-impul'snye metody i sistemy dlya prityazheniya tonko-stennykh listovykh metallov* [Magnetic-pulse methods and systems for attraction of thin-walled sheet metals], Magnetic-pulse processing of metals. Ways of improvement and development: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference, 2007, pp. 3–13.
2. Batygin Yu.V., Lavinskiy V.I., Serikov G.S., Chaplygin E.A. *Vozmozhnosti*

- magnitno-impul'snoy tekhnologi dlya rikhtovki kuzovnykh elementov avtomobiley* [The possibilities of magnetic-pulse technology for straightening of car body parts], Physical and Computer Technologies: Proceedings of the 13th International Scientific and Technical Conference, 2007, pp. 352–355.
3. Batygin Yu.V., Golovashchenko S.F., Gnatov A.V. Pulsed electromagnetic attraction of sheet metals – Fundamentals and perspective applications. *Journal of Materials Processing Technology*, 2014. no. 213 (3), pp. 444–452.
 4. Yavorskiy B.M., Detlaf A.A. *Spravochnik po fizike* [Handbook of Physics]. Moscow, Science Publ., 1968, 940 p.
 5. Batygin Yu.V., Golovashchenko S.F., Gnatov A. V. Pulsed electromagnetic attraction of nonmagnetic sheet metals, *Journal of Materials Processing Technology*, 2014. № 214 (2), pp. 390–401.
 6. Batygin Yuri V., Sergey F. Golovashchenko, Andrey V. Gnatov, Evgeniy A. Chaplygin Pulsed Electromagnetic Attraction Processes for Sheet Metal Components, Proceedings of the 6th International Conference High Speed Forming, 2014, pp. 253–260.
 7. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Chaplygin Ye.O., Trunova I.S., Hopko A.V., Sabokar O.S. *Sposib mahnitno-impul'snoho prytyahannya metalevykh ob'yektiv zahotovok odnovytkovym kruhovym induktorom, roztashovanyim nad dopomizhnym ekranom* [Method pulse-magnetic attraction of metal objects by sin-
gle-turn circular workpieces inductor located above the auxiliary screen] Pat. UA № 77579, 2013.
 8. Laboratory of electromagnetic technologies: Available at: <http://af.khadi.kharkov.ua/kafedri/fizika/naukovo-doslidna-laboratoriya-elektromagnitnikh-tekhnologii.html>.
 9. Batygin Yu.V., Lavinskiy V.I., Khimenko L.T. *Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnykh tekhnologiy. Tom 1. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnykh tekhnologiy. Izdanie vtoroe, pererabotannoe i dopolnennoe* [Pulsed magnetic fields for advanced technologies. Volume 1. Pulsed magnetic fields for advanced technologies. Second edition, revised and supplemented], Kharkov, MOST-Tornado Publ., 2003, 284 p.
 10. Shneerson G.A. *Polya i perekhodnye protsessy v apparature sil'nykh tokov*. [Fields and transients in the equipment of strong currents. 2nd edition, revised and enlarged], 2-e izdanie, pererabotannoe i dopolnennoe. Moscow, Energy Publ., 1992, 412 p.
 11. Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of Continuous Media], Moscow, Science Publ., 1982, 620 p.
 12. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike* [Handbook of mathematics], Moscow, Science Publ., 1973, 831 p.
- Рецензент: О.Я. Никонов, профессор, д.т.н., ХНАДУ.