

УДК 519:539:534

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАНТОВОГО МОСТА СТИЛЯ АРФЫ И АНАЛИЗ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

С.В. Красников, доц., к.т.н.,

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. Предложены структурные схемы расположения вантов для отечественной классической конструкции вантового моста. Построены серии геометрических, расчетных моделей с различными граничными условиями. Проведены расчеты статических перемещений, напряжений, деформаций. На основе анализа результатов сделаны выводы по оптимизации конструкции.

Ключевые слова: вантовый мост, стиль арфы, моделирование, статический анализ, пylon, оптимизация.

МОДЕЛЮВАННЯ ВАНТОВОГО МОСТА СТИЛЮ АРФИ ТА АНАЛІЗ МІЦНІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

С.В. Красніков, доц., к.т.н.,

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. Запропоновано структурні схеми розташування вантів для вітчизняної класичної конструкції вантового моста. Побудовано серії геометричних, розрахункових моделей з різними граничними умовами. Проведено розрахунки статичних переміщень, напруг, деформацій. На основі аналізу результатів зроблено висновки щодо оптимізації конструкції.

Ключові слова: вантовий міст, стиль арфи, моделювання, статичний аналіз, пylon, оптимізація.

MODELING OF THE HARP STYLE CABLE-STAYED BRIDGE AND ITS STRENGTH ANALYSIS

S. Krasnikov, PhD., Assoc. Prof.,

Kharkiv National Automobile and Highway University

Abstract. Cable-stayed bridge structural optimization based on linear programming and static analysis is described. Two structural schemes are proposed. Series of geometric, computational models with various boundary conditions are constructed. For modeling and analysis the finite element method was used. Based on the analysis of calculations results, the conclusions on optimization of the design are made.

Key words: cable-stayed bridge, harp style, modeling, static analysis, pylon, optimization.

Введение

В развитых государствах при проектировании современных мостов, кроме основных функциональных характеристик, особое внимание уделяют эстетике нового сооружения. В связи с этим среди мостов особую популярность имеют вантовые мосты стиля

арфы. Массовое строительство таких мостов началось в прошлом веке, и созданные сооружения являются своеобразной визитной карточкой многих городов мира. Конструкция вантовых мостов стиля арфы в той или иной степени напоминает одноименный музыкальный инструмент, основное сходство с которым придают наклонные канаты (ванты)

и опорные конструкции (пилоны). Пролетное строение не имеет значительных отличий от аналогичных частей мостов других типов. Единственным заметным отличием пролетных строений вантовых мостов является наличие в них мест крепления вантов. В отечественном мостостроении существует классическая схема вантового моста, которая реализована в нескольких системах, уже ставших типовыми. Первым сооружением из этой серии стал вантовый мост северного мостового перехода через реку Днепр в г. Киев (рис. 1).



Рис. 1. Вантовый мост стиля арфы

Изящная конструкция вантового моста стиля арфы имеет ряд недостатков, большая часть которых связана с использованием в качестве основных силовых элементов тросов (вантов) [1]. При проектировании и анализе прочности вантовых мостов этим элементам уделяется особое внимание.

Анализ публикаций

Характеристики вантов [1] определяют несущую способность и основные прочностные свойства всего моста. Поэтому оптимизация конструкции вантового моста непосредственно касается исследований прочности этих элементов. Проблема в общей постановке является нелинейной и остается до сих пор актуальной [2–10]. Обобщенный подход к решению задач прочности вантовых мостов заключается в использовании статистических методов [11–14]. Современные методы и средства исследования [1–5] ориентированы на эффективное рассмотрение задач системного анализа, линейного программирования и прочности рассматриваемой конструкции моста в трехмерной постановке, чему и посвящена данная работа.

Цель и постановка задачи

Целью работы является оптимизация конструкции вантового моста стиля арфы.

Объектом исследования является мост типовой конструкции, представленной на рис. 1. Предметом исследования является структура моста, а именно две схемы размещения вантов. Для решения проблемы необходимо решить задачи системного анализа, линейного программирования и статической прочности.

Анализ системы и математическая модель

Структуру вантового моста представим следующим образом

$$S = \{DPS, PN, VT, KS, NS\}, \quad (1)$$

где DPS – характеристики дорожного полотна и пролетного строения; PN – свойства пилона; VT – параметры вантов; KS – описания прочих опорных элементов (колонн, стен); NS – граничные условия.

В качестве упрощения рассматривается классический кусочно-линейный агрегат [2–6] с двумя наборами базовой структуры S [7, 8] отличие между которыми заключается в схеме размещения вантов VT . Другой набор изменяемых параметров заключается в количестве и типе опорных элементов KS и NS , которые не относятся к свойствам вантов и пилон. Задача оптимального проектирования [9] заключается в нахождении такого набора структуры S , которая обеспечивает наименьшие значения выходных характеристик Y при заданном ненулевом статическом воздействии X и конкретных параметрах KS и NS

$$Y = \{\sigma, \varepsilon, \theta\}, \quad (2)$$

где $\sigma, \varepsilon, \theta$ – множества напряжений, деформаций и перемещений соответственно [10].

Задача оптимизации формулируется выражением

$$y = \min f(z(S), x), \quad (3)$$

где $z(s)$ – состояние системы; f – функция выхода. Функция выхода f базируется на стандартных соотношениях теории упругости для определения характеристик статической прочности [11–14].

Функция перехода b определяется формулой

$$B(x) = K^{-1}(z) x, \quad (4)$$

где $K^{-1}(z)$ – обратная матрица жесткости, которая определяется структурой S и текущим состоянием системы z . Функционал (4) является системой линейных алгебраических уравнений, и его можно выразить в виде канонической задачи линейного программирования [15, 16] следующего вида

$$\sum k_{ij}x_j = y_i, \quad (5)$$

где k_{ij} – компоненты матрицы $k^{-1}(z)$.

Геометрические и расчетные модели

Были построены две геометрические модели конструкции, которые показаны на рис. 2. На их основе были созданы серии расчетных моделей [17], информация о которых приведена в табл. 1.

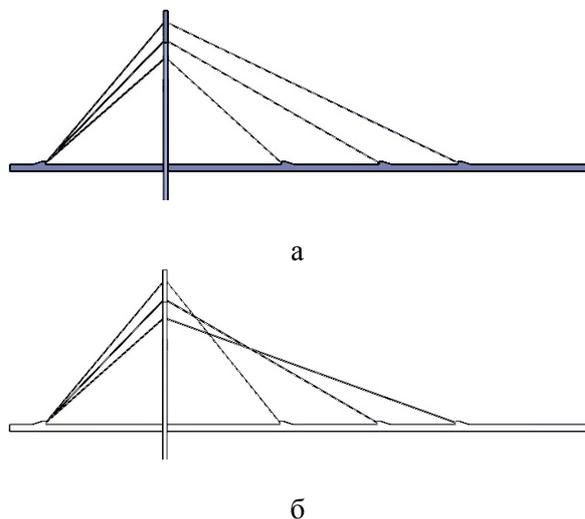


Рис. 2. Геометрические модели 1 (а) и 2 (б)

Таблица 1 Параметры расчетных моделей

Модель	Тип модели	Количество		
		узлов	конечных элементов	степеней свободы
101	1	19101	54827	55628
104	1	20416	59236	61110
201	2	14404	41511	42341
202	2	17453	50736	52012
203	2	18783	54961	56271
204	2	20029	58984	59949

Для моделирования и расчетов использовался метод конечных элементов [12–14]. На рис. 3 показаны расчетные модели из табл. 1. Для анализа сходимости расчетов проведены расчеты прочностных характеристик, результаты которых приведены в табл. 2.

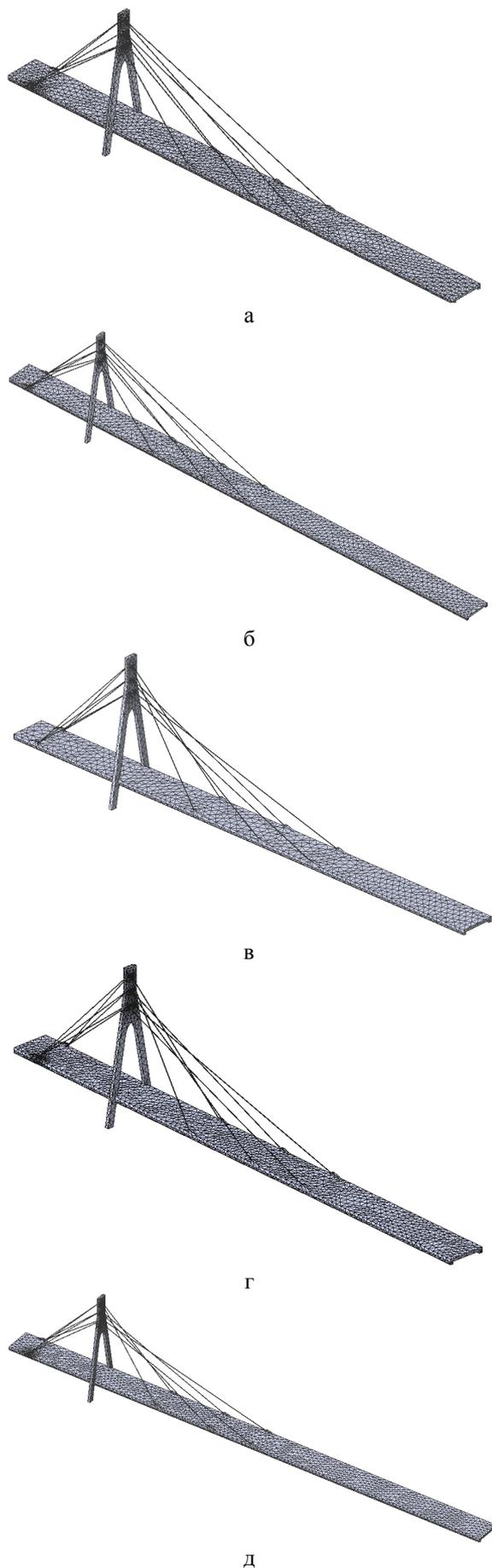


Рис. 3. Расчетные модели 101 (а), 104 (б), 201 (в), 203 (г) и 204 (д)

Таблица 2 Расчетные значения

Модель	θ , м	Δ , %	σ , Па	Δ , %	ε	Δ , %
201	275		1,7E8		0,2	
202	305	9,8	2,0E8	13,5	0,25	19
203	320	4,8	2,1E8	3,3	0,26	4,4

В соответствии с табл. 2 из величин относительной погрешности вычислений Δ видно, что дискретизация моделей 202 и 203 достаточна для обеспечения математической сходимости расчетов. Дальнейшие расчеты проводились на моделях 101, 104, 203, 204.

Анализ расчетных данных и выбор оптимальной модели

Для проведения расчетных исследований на основе моделей 101, 104, 203, 204 были построены серии моделей, которые отличаются количеством и типом опорных элементов *KS* и *NS*. Информация об этих моделях приведена в табл. 3.

Таблица 3 Параметры расчетных моделей

Модель	База модели	Количество <i>KS</i> и <i>NS</i>		
		свободных опор	шарниров	жестких опор
1011	103	3	0	1
1012	103	1	2	1
1013	103	0	3	1
1014	103	0	2	2
1015	103	0	0	4
1041	104	0	6	1
1042	104	0	0	7
2031	203	3	0	1
2032	203	1	2	1
2033	203	0	3	1
2034	203	0	2	2
2035	203	0	0	4
2041	204	0	6	1
2042	204	0	0	7

Проведены серии расчетов прочностных характеристик на моделях из табл. 3 при гравитационном нагружении. Результаты приведены в табл. 4, 5 и на рис. 4–8. Учитывая упрощения, принятые при моделировании вантового моста, практическое применение имеет качественная оценка прочностных характеристик.

Анализ распределения напряжений показывает, что наибольшие напряжения испытывают металлические ванты *VT*; второй по

нагруженности конструкцией является железобетонный пилон *PN*. Пролетное строение *DPS* является наименее нагруженным. При этом напряжения в пилоне и пролетном строении на порядок меньше аналогичных величин в вантах (рис. 4). Такое соотношение напряжений между конструктивными элементами справедливо для всех расчетных моделей. Соответственно диаграммы напряжений имеют сходный вид, который показан на рис. 4, а, б. Из сравнения распределения напряжений моделей серий 1 и 2 (рис. 4, в, г) видно, что они разнятся наборами наиболее нагруженных вантов. Диаграммы напряжений пилона и пролетного строения в моделях серий 1 и 2 являются сходными. Напряжения вантов в моделях серий 1 и 2 имеют следующие отличия: в модели 1 наиболее нагружены средние и верхние ванты (рис. 4, в), а в модели 2 наибольшие напряжения в нижних и средних вантах (рис. 4, г). Отличия от этой зависимости имеет только модель 1031 – в ней наибольшие напряжения испытывают нижние и верхние ванты.

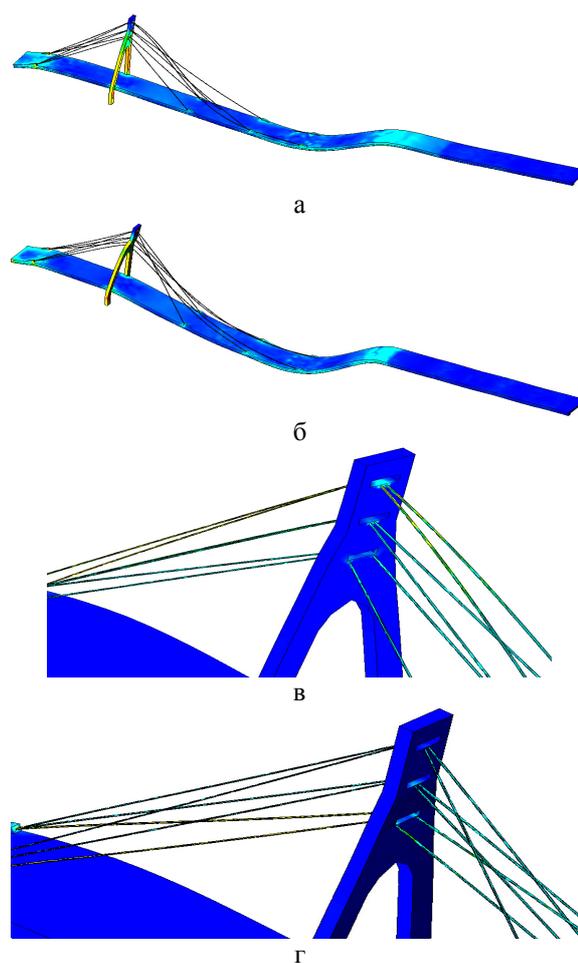
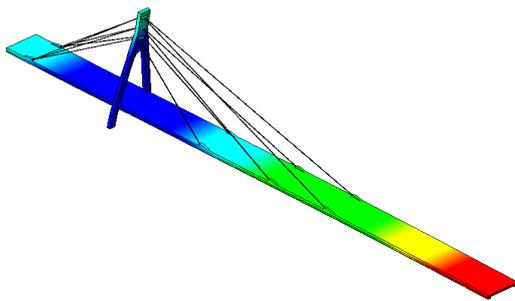
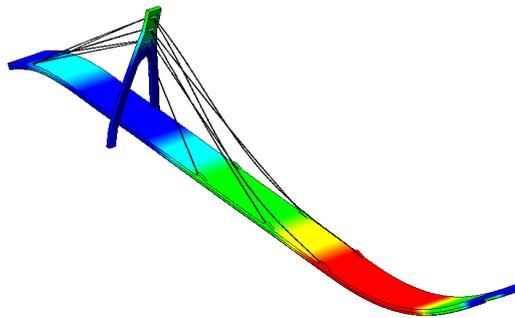


Рис. 4. Распределение напряжений, модели 1041 (а), 2041 (б), 1031 (в), 2031 (г)

Некоторые особенности распределения напряжений имеются в моделях серии 2: в модели 2031 наиболее нагружены нижние ванты; в модели 2032 нижние и средние ванты испытывают близкие по величинам напряжения, а в моделях 2033–2035 наибольшую нагрузку имеют средние ванты. Распределение деформаций в целом сходно с распределением напряжений. На рис. 5–8 приведены распределения перемещений в конструкции.

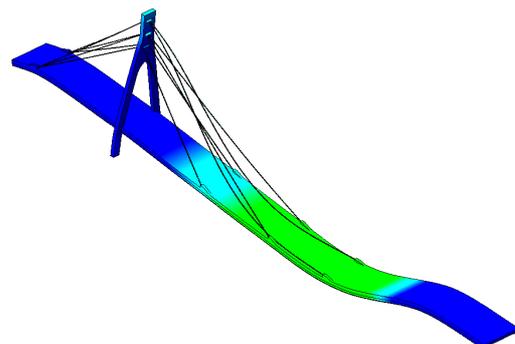


а

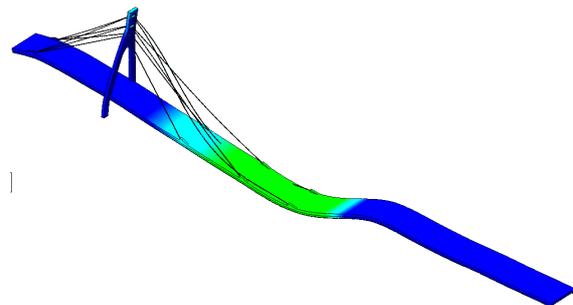


б

Рис. 5. Распределение перемещений, модели 1011 (а) и 1012 (б)



а



б

Рис. 6. Распределение перемещений, модели 1031 (а) и 1041 (б)

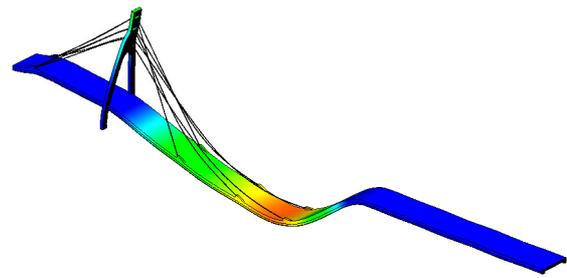
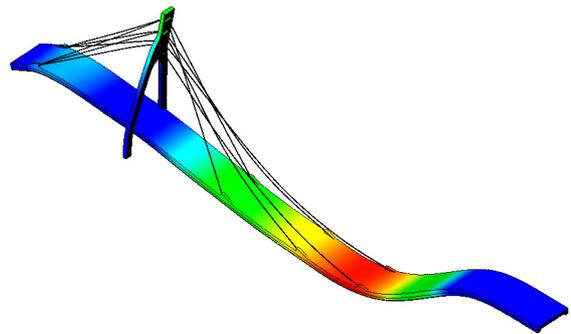
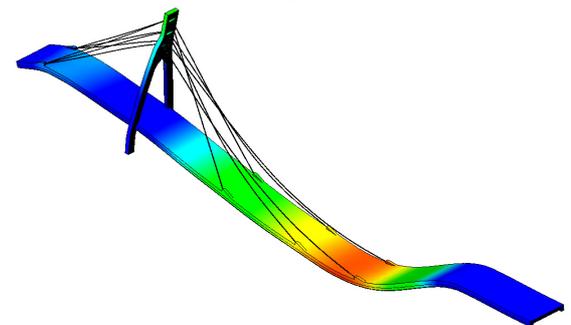


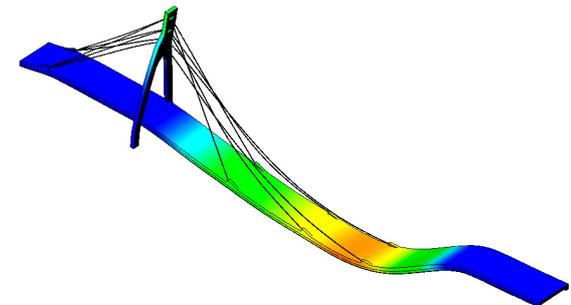
Рис. 7. Распределение перемещений, модель 2042



а



б



в

Рис. 8. Распределение перемещений, модели 2033 (а), 2034 (б), 2035 (в)

Модели 1011 и 2301 имеют граничные условия NS в виде жесткой опоры основания пилона и свободных опор в остальной части конструкции. Соответственно распределение перемещений в этих моделях имеет сходный вид и показан на рис. 5, а. Максимальные перемещения имеет наиболее длинный свободный конец.

На рис. 5, б, 6–8 максимальные перемещения пролетного строения DPS находятся на более

длинной стороне между наиболее удаленным от пилона местом крепления вантов и концом пролетного строения, а наименьшие – возле пилона *PN* и на концах пролетного строения *DPS*. Диаграммы перемещений в моделях 1012 и 1032 сходны и показаны на рис. 5 (б). В моделях серии 1 распределение перемещений моделей 1013, 1014, 1015 практически идентично и показано на рис. 6 (а). Для аналогичных моделей серии 2 распределение перемещений имеет небольшие отличия в соотношениях максимальных и минимальных значений и показано на рис. 8. Распределение перемещений у моделей с базой 104 и 204 практически не зависит от типа граничных условий *NS* (шарнирное у моделей 1041, 2041 и жесткая опора для моделей 1042, 2042). Поэтому для них приведены только две диаграммы перемещений. Диаграмма перемещений на рис. 6 (б) аналогична для модели 1042, а соотношение перемещений на рис. 7 справедливо для моделей 2041 и 2042.

В табл. 4 и 5 приведены результаты расчетов выходных характеристик *Y* для вант *VT*: максимальных величин перемещений θ , напряжений σ и деформаций ϵ для рассматриваемых моделей при гравитационной нагрузке. Величина Δ является относительным отклонением значений θ , σ и ϵ у моделей серии 2 от аналогичных величин моделей серии 1.

Таблица 4 Расчетные значения *VT*

Модель	θ , м	Δ , %	σ , Па	Δ , %	ϵ	Δ , %
1011	327	0,00	2,2E8	0,00	0,275	0,00
1012	3,01	0,00	4,8E7	0,00	0,03	0,00
1013	1,99	0,00	3,2E7	0,00	0,013	0,00
1014	1,9	0,00	3,3E7	0,00	0,027	0,00
1015	1,8	0,00	3,1E7	0,00	0,023	0,00
2031	320	2,3	2,1E8	8,3	0,257	7,3
2032	2,87	4,8	5,4E7	-12,1	0,033	-8,6
2033	1,23	62,1	4,9E7	-34,5	0,014	-9,2
2034	1,13	68,4	4,9E7	-32,9	0,019	40,9
2035	0,96	86,8	4,4E7	-28,4	0,016	44,8

Таблица 5 Расчетные значения *VT*

Модель	θ , м	Δ , %	σ , Па	Δ , %	ϵ	Δ , %
1041	1,98	0,0	3,64E7	0,0	0,015	0,0
1042	1,83	0,0	3,59E7	0,0	0,013	0,0
2041	1,30	52,4	4,69E7	-22,4	0,013	16,0
2042	0,95	93,0	4,45E7	-19,3	0,011	21,1

Из сравнения распределения перемещений моделей серий 1 и 2 видно, что у моделей серии 1 ванты *VT* имеют большие значения перемещений (провисания), чем у моделей серии 2 при одинаковых граничных условиях *NS*. Для моделей 1013, 1014, 1015, 1041, 1042, 2033, 2034, 2035, 2041, 2042 максимальные перемещения (провисания) вантов *VT* примерно в два раза больше максимальных перемещений (прогибов) пролетного строения *DPS*. Наибольшие перемещения имеют наиболее длинные ванты.

Напряжения вантов у моделей серии 2 больше аналогичных у моделей серии 1 (табл. 4, 5).

В табл. 6 и 7 приведены результаты расчетов выходных характеристик *Y* для пилона *PN* и пролетного строения *DPS* на моделях 1041 и 2041. Расположение точек снятия значений θ , σ , ϵ выбрано исходя из экстремальных значений σ , ϵ и приведено на рис. 9.

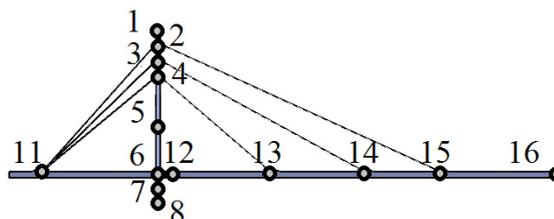


Рис. 9. Точки определения выходных параметров

Таблица 6 Расчетные значения *PN*

Модель / точка	θ , м	Δ , %	σ , Па	Δ , %	ϵ	Δ , %
1041/1	0,43	0	5,25E2	0	2E-6	0
1041/2	0,42	0	4,92E3	0	6E-6	0
1041/3	0,39	0	8,68E4	0	2,8E-4	0
1041/4	0,33	0	3,39E5	0	1,3E-3	0
1041/5	0,13	0	4,72E5	0	1,3E-3	0
1041/6	0,04	0	1,69E5	0	1,4E-3	0
1041/7	0,01	0	6,00E5	0	1,4E-3	0
1041/8	0	0	4,26E5	0	1,2E-3	0
2041/1	0,38	14	4,54E2	16	3E-6	-33
2041/2	0,37	15	1,53E4	-68	2E-5	-70
2041/3	0,33	16	1,57E5	-45	2,8E-4	0
2041/4	0,28	20	4,94E5	-31	1,6E-3	-19
2041/5	0,1	31	5,27E5	-10	1,4E-3	-7
2041/6	0,04	1	1,87E5	-10	1,6E-3	-17
2041/7	0,02	-57	6,37E5	-6	1,8E-3	-19
2041/8	0	-	4,30E5	-1	1,3E-3	-7

Из табл. 6 видно, что соотношения выходных характеристик Y для пилона PN у моделей серий 1 и 2 аналогичны приведенному выше описанию для значений в вантах VT .

Таблица 7 Расчетные значения DPS

Модель / точка	θ , м	Δ , %	σ , Па	Δ , %	ε	Δ , %
1041/11	0,08	0	7,35E6	0	1,00E-4	0,18
1041/12	0,05	0	2,09E5	0	2,18E-3	0,05
1041/13	0,48	0	4,94E6	0	7,33E-4	0,48
1041/14	0,84	0	8,28E6	0	9,40E-4	0,84
1041/15	1,02	0	7,31E6	0	6,49E-4	1,02
1041/16	0,06	0	3,01E5	0	4,69E-3	0,05
2041/11	0,08	0	6,72E6	9	1,36E-4	-26
2041/12	0,05	-2	2,27E5	-8	2,05E-3	6
2041/13	0,46	3	4,13E6	20	5,85E-4	25
2041/14	0,73	15	7,35E6	13	8,79E-4	7
2041/15	0,81	26	6,81E6	7	5,85E-4	11
2041/16	0,07	-30	2,65E5	14	4,23E-3	11

В табл. 7 большая часть значений перемещений, напряжений и деформаций модели серии 2 меньше аналогичных у модели серии 1. Исключение составляют точки, в которых значения перемещений, напряжений или деформация наименьшие. Поэтому указанное исключение связано с погрешностью определения малых величин по сравнению с экстремальными выходными значениями перемещений θ , напряжений σ и деформаций ε по всей конструкции вантового моста.

Выводы

С точки зрения напряженно-деформированного состояния вантов и пилона, оптимальными являются модели серии 1. При этом перемещения (провисания) вантов у модели серии 2 меньше, чем для серии 1. С точки зрения минимизации перемещений, напряжений и деформаций пролетного строения, оптимальными являются модели серии 2.

Для оптимизации на основе анализа статической прочности вантового моста достаточно рассмотрения основного пролетного строения. Учет остальной части моста, которая опирается исключительно на колонны (модели 104 и 204), не дает качественно другое распределение выходных характеристик, поэтому не является обязательным.

Для вантового моста стилиа арфы значения напряжений и перемещений при шарнирных опорах больше, чем при жестких опорах.

Литература

1. Ефимов П.П. Проектирование мостов / П.П. Ефимов. – Омск: Фолио, 2006. – 112 с.
2. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов / В.П. Тарасик. – Минск: Дизайн, 1997. – 640 с.
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
4. Советов Б.Я. Моделирование систем / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 2001. – 420 с.
5. Емельянов С.В. Технология системного моделирования / С.В. Емельянов. - М.: Машиностроение, 1998. – 452 с.
6. Balci J. Credibility Assessment of Simulation Results / Balci J. // Proceedings of the 1986 Winter Simulation Conference, 1986. – P. 39–44.
7. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике / В.В. Болотин. – М.: Госстройиздат, 1965. – 280 с.
8. Жовдак В.О. Решение задачи статистической динамики машиностроительных конструкций с учетом случайного изменения параметров / В.О. Жовдак, С.В. Красников, О.С. Степченко // Проблемы машиностроения. - 2004. – Т.7, № 3. – С. 39–47.
9. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. – М.: Наука, 1986. – 328 с.
10. Scott B.D. Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Stress Rates / B.D. Scott, R. Park, M.J.N. Priestly // ACI J. Proc. – 1982. – Vol. 79, no. 12, Jan.-Feb. – P. 13–27.
11. Сегерлинд Л. Приложение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
12. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел / С.Ю. Еременко. – Х.: Основа, 1991. – 272 с.
13. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.

14. Зенкевич О.К. Конечные элементы и аппроксимация / О.К. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1987. – 312 с.
15. Абрамов Л.Ф. Математическое программирование / Л.Ф. Абрамов, В.Ф. Капустин. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1976. – 184 с.
16. Карманов В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
17. Скурихин В.П. Математическое моделирование / В.П. Скурихин. – К.: Техника, 1983. – 270 с.

References

1. Efimov P.P. *Proektirovanie mostov* [Designing bridges], Omsk, Folio Publ., 2006, 112 p.
2. Tarasik V.P. *Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem*. [Mathematical Modeling of Technical Systems], Minsk, Dizayn Publ., 1997, 640 p.
3. Buslenko N.P. *Modelirovanie slozhnykh system* [Modeling of complex systems], Moscow, Nauka Publ., 1978, 400 p.
4. Sovetov B.Ya., Yakovlev S.A. *Modelirovanie system* [Modeling of systems], Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001, 420 p.
5. Emel'yanov S.V. *Tekhnologiya sistemnogo modelirovaniya* [System-based simulation technology], Moscow, Mashinostroenie Publ., 1998, 452 p.
6. Balci J. *Credibility Assessment of Simulation Results*, Proceedings of the 1986 Winter Simulation Conference, 1986, pp. 39–44.
7. Bolotin V.V. *Statisticheskie metody v stroitel'noy mekhanike* [Statistical methods in construction mechanics], Moscow, Gostroyizdat Publ., 1965, 279 p.
8. Zhovdak V.O., Krasnikov S.V., Stepchenko O.S. *Reshenie zadachi statisticheskoy dinamiki mashinostroitel'nykh konstruktivnykh s uchetom sluchaynogo izmeneniya par-*

- ametrov* [Solving the problems of statistical dynamics of machine-building designs with allowance for random variation of parameters], Problemy mashinostroeniya, 2004, vol. 7, no. 3, pp. 39–47.
9. Sukharev A.G., Timokhov A.V., Fedorov V.V. *Kurs metodov optimizatsii* [Course of optimization methods], Moscow, Nauka Publ., 1986, 328 p.
10. Scott B.D., Park R., Priestly M.J.N. *Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Stress Rates*, ACI J. Proc. 1982, vol. 79, 12, Jan.-Feb., pp. 13–27.
11. Segerlind L. *Prilozhenie metoda konechnykh elementov* [Application of the finite element method], Moscow, Mir Publ., 1979, 392 p.
12. Eremenko S.Yu. *Metody konechnykh elementov v mekhanike deformiruemyykh tel* [Methods of finite elements in the mechanics of deformable bodies], Khar'kov, Osnova Publ., 1991, 271 p.
13. Gallager R. *Metod konechnykh elementov. Osnovy* [Method of finite elements. Fundamentals], Moscow, Mir Publ., 1984, 428 p.
14. Zenkeвич O.K., Morgan K. *Konechnye elementy i approksimatsiya* [Finite Elements and Approximation], Moscow, Mir Publ., 1987, 312 p.
15. Abramov L.F., Kapustin V.F. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming], Leningrad, Leningr. un-t Publ., 1976, 184 p.
16. Karmanov V.G. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming], Moscow, Nauka Publ., 1986, 288 p.
17. Skurikhin V.P. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical modeling], Kiev, Tekhnika Publ., 1983, 270 p.

Рецензент: В.П. Кожушко, профессор, д.т.н., ХНАДУ.