ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

УДК 621.86

УДОСКОНАЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РУХУ ДЛЯ ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИМИ МАШИНАМИ

О.В. Григоров, проф., д.т.н., А.О. Окунь, асист.,
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Анотація. *Стаття присвячена удосконаленню математичної моделі руху системи «візок–вантаж» у задачі керування кабельним краном. Отримані рівняння руху можуть бути використані для побудови фазових траєкторій системи «візок–вантаж» та для знаходження керування кабельним краном.*

Ключові слова: *кабельний кран, система «візок–вантаж», керування, демпфірування коливань, підйомно-транспортні машини.*

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ПОДЪЁМНО-ТРАНСПОРТНЫМИ МАШИНАМИ

О.В. Григоров, проф. д.т.н., А.А. Окунь, ассист., Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

Аннотация. *Статья посвящена усовершенствованию математической модели движения системы «тележка–груз» в задаче управления кабельным краном. Полученные уравнения движения могут быть использованы для построения фазовых траекторий системы «тележка–груз» и для нахождения управления кабельным краном.*

Ключевые слова: *кабельный кран, система «тележка–груз», управление, демпфирование колебаний, подъёмно-транспортные машины.*

IMPROVEMENT OF THE «CARRIAGE-CARGO» SYSTEM MOTION MATHEMATICAL MODEL FOR SOLVING THE PROBLEM OF LIFTING AND TRANSPORT MACHINES CONTROL

O. Hryhorov, Prof., D. Sc., A. Okun,
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»

Abstract. *The article deals with the study of a mathematical model that describes the cable crane «carriage-cargo» system motion, taking into account the carriage movement resistance, the wind strength and the friction forces. The obtained system equations can be used to build the controllability function for the «carriage-cargo» system and determine the cable crane control by minimizing the operation cycle time by cargo oscillation damping.*

Key words: *cable crane, «carriage-cargo» system, control, oscillation dumping, lifting and transport machines, wind resistance, operation cycle.*

Вступ

Збільшення продуктивності переробки вантажів кранами можна досягти за рахунок підвищення робочої швидкості та прискорення крана і його механізмів. Однак при збільшенні прискорення механізму пересування кранового візка підвищується розгойдування на гнучкому підвісі вантажу, який переміщується. Тому отримання оптимальних законів керування основними механізмами крана, з урахуванням демпфірування коливань вантажу в місці його доставки, є актуальною задачею.

Під час роботи кабельних кранів спостерігаються маятникові коливання вантажу, які впливають на рух кранових візків та самих кранів; додаткові навантаження на силові елементи кранів створюють незручності при їх експлуатації тощо. Такі коливання слід враховувати при точних розрахунках руху візка кабельного крана.

Аналіз публікацій

Дослідженню коливань вантажу під час роботи підйомно-транспортних машин приділялася значна увага в роботах багатьох авторів [1–3]. У цих працях описується теорія коливань вантажу при різноманітних варіантах впливу на робочий орган, однак при цьому не приділяється достатньо уваги тому факту, що коливання вантажу під час роботи кабельного крана в кінцевій точці повинні наближатися до нуля, тобто бути демпфірованими.

Мета і постановка завдання

У цій роботі розглядається задача оптимального за швидкодією керування рухом системи «візок–вантаж» кабельного крана, в результаті чого вантаж на гнучкому підвісі переміщується на задану відстань із демпфіруванням коливань.

Математична модель руху системи «візок–вантаж»

Для розв’язання задачі оптимального за швидкодією керування кабельним краном складаються рівняння руху системи «візок–вантаж» з урахуванням опору руху візка, а саме: сили вітру, що діє на вантаж, і втрати на тертя у підшипниках коліс і на тертя кочення уздовж несучого каната. Також враховується кривизна несучого каната й напрямок руху візка уздовж нього.

Диференціальні рівняння руху кабельного крана, розрахункову схему якого наведено на рис. 1, у формі рівнянь Лагранжа мають вигляд [4]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\cdot\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \dfrac{\partial T}{\partial x} + \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} + \dfrac{\partial P}{\partial x} = F(t) - W\operatorname{sign}(\dot{x}); \\ \dfrac{d}{dt}\cdot\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \dfrac{\partial T}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} + \dfrac{\partial P}{\partial \varphi} = 0, \end{cases}$$

де x – горизонтальна координата візка; φ – кут нахилу каната з вантажем до вертикалі; T – кінетична енергія системи; P – потенціальна енергія системи; Φ – дисипативна функція системи; F – функція керування візком, що фактично являє собою рушійне зусилля; W – узагальнена сила опору, що враховує втрати на тертя кочення уздовж несучого каната та у підшипниках коліс.

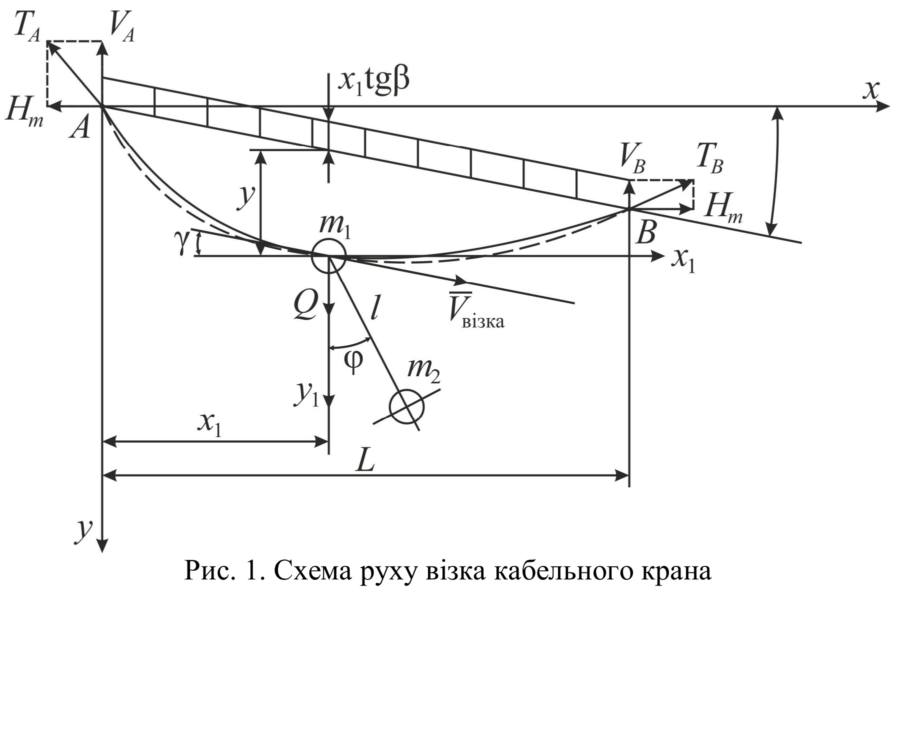

Рис. 1. Схема руху візка кабельного крана

У вказаному випадку кінетична енергія буде дорівнювати

$$T = T_{\text{візка}} + T_{\text{вантажу}} = \frac{m_1 V_{\text{візка}}^2}{2} + \frac{m_2 V_{\text{вантажу}}^2}{2},$$

де $T_{\text{візка}}$, m_1, $V_{\text{візка}}$, і $T_{\text{вантажу}}$, m_2, $V_{\text{вантажу}}$ – кінетичні енергії, маси й абсолютні швидкості (тобто у нерухомій системі координат $x0y$, рис. 1) візка та вантажу відповідно. Рух візка відбувається уздовж несучого каната у площині $x0y$, тому можна записати

$$V_{\text{візка}}^2 = \dot{x}^2 + \left(\dot{x}\frac{dy}{dx}\right)^2 = \dot{x}^2\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right),$$

де, згідно з [3], траєкторія руху візка масою m_1 дорівнює

$$y(x) = x\text{tg}\beta + \frac{x(L-2x)}{2H_x}\left(\frac{g_{\text{к}}}{\cos\beta} + \frac{Q}{L}\right), \quad (1)$$

де y – крива провисання каната; β – кут нахилу між опорами; L – відстань між опорами; H_x – горизонтальна складова натягу каната; $g_{\text{к}}$ – сила погонної ваги каната; Q – повна сила ваги візка. Далі $\vec{V}_{\text{вантажу}} = \vec{V}_{\text{візка}} + \vec{V}_x$, де $\vec{V}_x$ – швидкість вантажу в переносній системі координат $x_1 0 y_1$, пов'язаній з точкою підвісу вантажу до візка та наведеній на рис. 2. Тому

$$\vec{V}_{\text{вантажу}}^2 = \left|\vec{V}_{\text{візка}} + \vec{V}_x\right|^2 =$$
$$= \left(V_{\text{візка}}\cos(\gamma) + l\dot{\varphi}\cos(\varphi)\right)^2 +$$
$$+\left(V_{\text{візка}}\sin(\gamma) - l\dot{\varphi}\sin(\varphi)\right)^2 =$$
$$= V_{\text{візка}}^2 + 2V_{\text{візка}} l\dot{\varphi}\cos(\gamma+\varphi) + l^2\dot{\varphi}^2,$$

де γ – кут нахилу дотичної до кривої $y(x)$ в точці, в якій перебуває візок, відносно осі $0x_1$. Отже, остаточно

$$T = \frac{m_1+m_2}{2}\dot{x}^2\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) +$$
$$+m_2 l\sqrt{\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)}\dot{x}\dot{\varphi}\cos(\gamma+\varphi) + \frac{m_2}{2}l^2\dot{\varphi}^2.$$

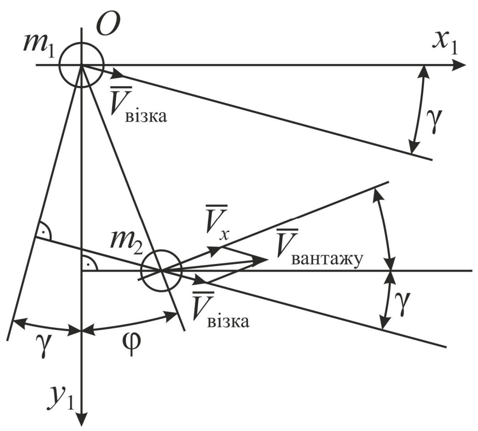

Рис. 2. Схема маятникових коливань вантажу

Ейлерові оператори від кінетичної енергії будуть дорівнювати

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \frac{d}{dt}\left((m_1+m_2)\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)\dot{x} +\right.$$
$$\left.+m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\dot{\varphi}\cos(\gamma+\varphi)\right) =$$
$$= (m_1+m_2)\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)\ddot{x} +$$
$$+m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}(\ddot{\varphi}\cos(\gamma+\varphi) - \dot{\varphi}^2\sin(\gamma+\varphi)),$$

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} =$$
$$= \frac{d}{dt}\left(m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\dot{x}\cos(\gamma+\varphi) + m_2 l^2\dot{\varphi}\right) =$$
$$= m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}(\ddot{x}\cos(\gamma+\varphi) -$$
$$-\dot{x}\dot{\varphi}\sin(\gamma+\varphi)) + m_2 l^2\ddot{\varphi},$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = -m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\dot{x}\dot{\varphi}\sin(\gamma+\varphi).$$

Тоді для потенціальної енергії, з урахуванням (1), отримуємо рівняння

$$P = -m_2 gl\cos\varphi -$$
$$-(m_1+m_2)g\left(\text{tg}\beta + \frac{L-2x}{2H_x}\left(\frac{g_{\text{к}}}{\cos\beta} + \frac{Q}{L}\right)\right),$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x}=(m_1+m_2)g\left(\operatorname{tg}\beta+\frac{L-2x}{2H}\left(\frac{g_к}{\cos\beta}+\frac{Q}{L}\right)\right),$$

$$-\frac{\partial P}{\partial \varphi}=-m_2 gl\sin\varphi\,.$$

Із [5] отримуємо узагальнену силу опору для вантажу з урахуванням сили вітру та втрати на тертя у підшипниках коліс і на тертя кочення уздовж несучого каната

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}}=0\,,$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}}=-\mu l\left(\dot{x}+l\dot{\varphi}-V\right),$$

де μ – коефіцієнт в'язкого тертя; V – швидкість набігаючого повітряного потоку.

Задані сили системи є потенціальними. Тому остаточно рівняння Лагранжа набувають вигляду

$$\begin{cases}(m_1+m_2)\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)\ddot{x}+m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\left(\ddot{\varphi}\cos(\gamma+\varphi)-\dot{\varphi}^2\sin(\gamma+\varphi)\right)- \\ -(m_1+m_2)g\left(\operatorname{tg}\beta+\frac{L-2x}{2H}\left(\frac{g_к}{\cos\beta}+\frac{Q}{L}\right)\right)=F(t)-W\operatorname{sign}(\dot{x}) \\ m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\left(\ddot{x}\cos(\gamma+\varphi)-\dot{x}\dot{\varphi}\sin(\gamma+\varphi)\right)+m_2 l^2\ddot{\varphi}+ \\ +m_2 l\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\dot{x}\dot{\varphi}\sin(\gamma+\varphi)+\mu l\left(\dot{x}+l\dot{\varphi}-V\right)+m_2 gl\sin\varphi=0.\end{cases}$$

Отримана система рівнянь являє собою удосконалену математичну модель руху для задачі керування кабельним краном.

Висновки

Отримано математичну модель руху системи «візок–вантаж» кабельного крана з урахуванням опорів руху візка. Це рівняння можна використовувати (оскільки воно дуже нелінійне – швидше за все, після лінеаризації) для визначення функції керування $F(t)$, згідно з якимось критерієм якості.

Наприклад, можна використати цю систему для знаходження керування, яке переведе систему з початкової точки в кінцеву за оптимальний час так, щоб коливань вантажу в кінцевій точці не було. Така задача є досить розповсюдженою на практиці [6], і у даному випадку теоретично може бути вирішена з використанням принципу максимуму Понтрягіна.

Література

1. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1973. – 244 с.
2. Куйбида Г.Г. Кабельные краны / Г.Г. Куйбида. – М.: Машиностроение, 1989. – 288 с.
3. Дукельский А.И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны / А.И. Дукельский. – М.–Л.: Машиностроение, 1966. – 481 с.
4. Григоров О.В. Исследование функции сопротивления перемещению грузовой тележки кабельних кранов в задаче оптимального управления движением / О.В. Григоров, Е.В. Михеева // Вестник ХГПУ. – 1999. – № 48. – С. 71–72.
5. Григоров О.В. Учёт силы ветра в сопротивлении перемещению груза кабельным краном / О.В. Григоров, Е.В. Михеева // Вестник ХГПУ. – 1998. – №11. – С. 104–106.
6. Григоров О.В. Оптимальне керування рухом механізмів вантажопідйомних машин: навч. посібник / О.В. Григоров, В.С. Ловейкін. – К.: ІЗМН, 1997. – 264 с.

References

1. Lobov N.A. *Dinamika gruzopod'emnyh kranov* [Dynamics of Lifting Cranes], Moscow, Mashinostroenie Publ., 1973, 244 p.
2. Kujbida G.G. *Kabel'nye krany* [Cable cranes], Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 288 p.
3. Dukel'skij A.I. *Podvesnye kanatnye dorogi i kabel'nye krany* [Aerial Ropeways and Cable Cranes], Moscow – Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1966, 481 p.
4. Grigorov O.V., Miheeva E.V. *Issledovanie funkcii soprotivlenija peremeshheniju gruzovoj telezhki kabel'nih kranov v zadache optimal'nogo upravlenija dvizheniem* [Research of Carriage Resistance Movement Function of Cable Cranes for the Optimal Motion Control Problem]. *Vestnik HGPU*, 1999, no. 48, pp. 71–72.
5. Grigorov O.V., Miheeva E.V. *Uchjot sily vetra v soprotivlenii peremeshheniju gruza kabel'nym kranom* [Taking Account of the Wind Strength for the Cargo Movement Resistance of Cable Crane]. *Vestnik HGPU*, 1998, no. 11, pp. 104–106.
6. Hryhorov O.V., Loveykin V.S. *Optymal'ne keruvannya rukhom mekhanizmiv vantazhopidyomnykh mashyn* [Optimal Motion Control of Hoisting Machine Mechanisms], Kyiv, IZMN Publ., 1997, 264 p.

Рецензент: Є.С. Венцель, профессор, д.т.н., ХНАДУ.