

УДК 629.3.027.5

DOI: 10.30977/АТ.2219-8342.2019.44.0.21  
«ДЛЯ ОБГОВОРЕННЯ»ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСАПожидаев С. П.<sup>1</sup>, Шкаровский Г. В.<sup>1</sup>,<sup>1</sup>Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

**Аннотация.** ГОСТ 17692–72 предписывает, что преобразование крутящего момента эластичного колеса в его полную окружную силу определяется радиусом качения без скольжения. Однако в настоящее время господствует мнение, что это преобразование определяется динамическим радиусом колеса. Экспериментальная проверка показала, что данное мнение ошибочно. Динамический радиус совершенно не влияет на полную окружную силу эластичного колеса. Силовые свойства колеса определяются его радиусом качения без скольжения.

**Ключевые слова:** крутящий момент колеса, полная окружная сила, динамический радиус, радиус качения без скольжения.

**Введение**

Ведущее колесо представляет собой устройство, преобразующее подведенную к нему энергию вращательного движения в механическую работу поступательного перемещения. Выходными показателями работы колеса являются его теоретическая скорость движения и полная окружная сила. В теоретическую скорость движения  $v_t$  преобразуется угловая скорость вращения колеса  $\omega$ :

$$v_t = \omega r_k, \quad (1)$$

где  $r_k$  – радиус качения без скольжения, определяемый как отношение теоретической скорости поступательного движения колеса к угловой скорости его вращения [1].

А в полную окружную силу колеса  $P_{ко}$  преобразуется приложенный к нему крутящий момент  $M$ :

$$P_{ко} = M / r, \quad (2)$$

где  $r$  – радиус колеса [2, 3].

В теории качения различают пять радиусов эластичного колеса: свободный  $r_c$ , статический  $r_{ст}$ , динамический  $r_d$ , радиус качения  $r_k$ , значение которого определяется с учетом возможного скольжения колеса, и радиус качения без скольжения  $r_k$  – пункты 13, 45, 46, 27, 29 [1]. Поэтому необходимо конкретизировать, какой из этих радиусов должен применяться в соотношении (2).

Пункт 38 стандарта [1] предписывает, что должен применяться радиус качения  $r_k$ , так же полагают и авторы работы [4].

Но в настоящее время повсеместно господствует иное мнение, что в соотношении (2) должен применяться динамический радиус  $r_d$ , представляющий собой расстояние от оси вращения катящегося колеса до опорной поверхности [5–7].

Однако радиус качения  $r_k$  и динамический радиус  $r_d$  различаются своими определениями, физическим смыслом и даже единицами измерения: радиус качения измеряется в м/рад, а динамический радиус – в метрах. У жестких колес числовые значения этих радиусов практически одинаковы, но у колес с высокоэластичными шинами низкого давления их различия могут достигать 25 % [4]. Такая неоднозначность соотношения (2) недопустима. Это типичный пример реальной научной проблемы. Без её разрешения теория качения эластичных колес не может претендовать на достоверность предоставляемых ею результатов. Их всегда можно оспорить, противопоставив существенно иные результаты.

**Анализ публикаций**

В работах [8, 9] была сделана попытка разрешить эту проблему экспериментальным путем. Однако испытаниям подвергались шины, различия в радиусе качения и динамическом радиусе которых были незначительны, а в процессе испытаний не было технической возможности исключить влияние момента сопротивления качению, увеличивавшего неопределенность результатов эксперимента. Поэтому различие между полученными результатами оказалось соизмеримым с погрешностью экспериментов, что

не дало возможности сделать какие-либо бесспорные выводы.

Тем не менее, автор работы [9] категорически настаивал на неправомерности применения динамического радиуса.

Аналогичные результаты получены и в теоретических работах [10–12]. В них показано, что применение динамического радиуса является заблуждением, противоречащим закону сохранения энергии. Утверждалось, что взаимосвязь между приложенным к колесу крутящим моментом и его полной окружной силой определяется не динамическим радиусом, а радиусом качения без скольжения. Однако экспериментального подтверждения этих выводов не имеется.

Сторонники применения динамического радиуса не признают неоднозначность соотношения (3). Они полагают, что нынешнее представление о взаимосвязи силы и момента (что последний равен произведению значения силы на расстояние от центра вращения до линии действия силы) не требует никаких доказательств правильности и не может иметь исключений.

Вследствие этого применение динамического радиуса они считают единственно возможным и не подлежащим обсуждению.

#### Цель и постановка задачи

Целью работы является экспериментальная проверка гипотезы о том, что соотношение между крутящим моментом и полной окружной силой эластичного колеса определяется его радиусом качения без скольжения, а не динамическим радиусом. Предметом исследования является соотношение (2).

Для достижения цели необходимо обосновать конструкцию экспериментальной установки, изготовить её и испытать.

#### Изложение основного материала

Испытания планировалось проводить с механической моделью эластичного колеса, динамический радиус которой отличается от радиуса качения не менее чем на  $\pm 30\%$ . При погрешности результатов эксперимента около  $3\%$  это должно дать четкий ответ на вопрос: какой именно радиус влияет на соотношение между крутящим моментом колеса и его полной окружной силой.

Из соотношения (2) следует, что преобразование подведенного к колесу крутящего момента  $M$  в полную окружную силу  $P_{\text{ко}}$  однозначно определяется его радиусом  $r$ . Все иные конструкционные параметры колеса и

показатели, характеризующие процесс качения и взаимодействия колеса с внешней средой, на это преобразование не влияют. В любом другом случае соотношение (2) содержало бы и другие переменные величины.

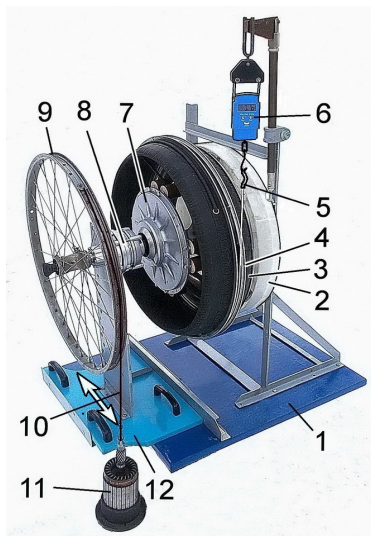
Например, в выражение (2) не входит нормальная реакция дороги на колесо. Это означает, что она не причастна к преобразованию крутящего момента  $M$  в окружную силу  $P_{\text{ко}}$ . Испытания можно проводить при любом значении этой реакции, в том числе и при нулевом. На результаты экспериментов это не повлияет. Следовательно, модель колеса не обязательно должна опираться на некоторую поверхность. Окружную силу  $P_{\text{ко}}$  можно измерять по силе натяжения шнура, прикрепленного к беговой дорожке модели. Это упростит конструкцию экспериментальной установки, а также, за счет отсутствия момента сопротивления качению колеса, повысит точность результатов эксперимента.

Скорость вращения колеса тоже не входит в равенство (2). Следовательно, испытания можно проводить при любой скорости, в том числе и при нулевой (неподвижное состояние является частным случаем равномерного движения). На результаты экспериментов это не повлияет. Модель колеса должна иметь возможность свободного вращения, но само вращение в процессе проведения экспериментов не обязательно. Приложенный к модели колеса крутящий момент будет уравниваться реакцией шнура, связывающего беговую дорожку с силоизмерительным устройством. Модель колеса будет находиться в неподвижном состоянии.

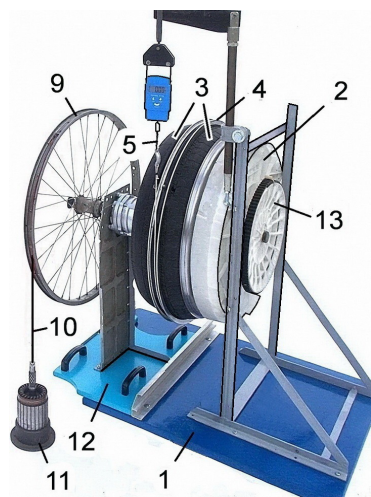
Соотношение (2) справедливо для всех возможных значений крутящего момента и окружной силы. У нас нет оснований опасаться, что выражение (2) может быть пригодным для колес автомобиля КамАЗ, но непригодно для колес детского велосипеда. Это дает право проводить эксперимент при любом значении приложенного к колесу крутящего момента, в том числе и небольшом. Необходимо лишь, чтобы этот момент был существенно больше, чем момент от внутренних сил трения экспериментальной установки. Это обстоятельство освобождает от необходимости приобретать или изготавливать громоздкую и дорогостоящую полноразмерную экспериментальную установку для испытания шин. Она может быть выполнена буквально в настольном варианте.

На основании 1 экспериментальной установки (рис. 1) закреплен щит 2 с подшипни-

ковым узлом, в котором установлено трёхлучевое водило. К лучам водила прикреплена правая боковина автомобильной шины 3, левая боковина удалена. Для увеличения жесткости беговой части шины на неё насажен обод 4 велосипедного колеса, ручей которого принят в качестве беговой дорожки модели колеса. Периметр ручья равен 1,708 м, что соответствует радиусу 0,272 м, рассматриваемому как радиус качения без скольжения.



а



б

Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки

Для измерения полной окружной силы, действующей на ручье обода, к нему прикреплен шнур 5, второй конец которого присоединен к электронному динамометру 6. С правой стороны щита 2 (рис. 1, б) на хвостовике водила установлен шкив 13 диаметром 0,300 м. Он имитирует вторую беговую дорожку модели колеса, имеющую радиус качения 0,150 м.

Внутри шины расположена ступица 7, ось которой установлена в подшипниковом узле 8, прикрепленном к ползуну 12 (рис. 1, а). Ползун мог быть зафиксирован в трех положениях, расположенных в направлении изображенной на нём белой стрелки. Это давало возможность располагать ступицу 7 по центру колеса или в смещенных на 0,082 м вправо или влево положениях.

К левому концу оси ступицы 7 прикреплено велосипедное колесо 9 с таким же ободом, как и обод 4. К колесу 9 посредством шнура 10 присоединен груз 11, предназначенный для создания на колесе 9 и ступице 7 фиксированного крутящего момента. Вес груза, определенный с помощью того же электронного динамометра, равен 5,00 кгс, что обеспечивало получение крутящего момента 1,36 кгс·м.

На ступице 7 установлены четыре пары роликов 14 (рис. 2), взаимодействующих с двумя перекрестно прикрепленными к беговой дорожке шины резиновыми жгутами 15.

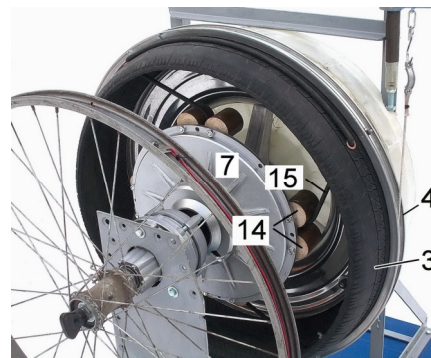


Рис. 2. Ступица 7 с роликами 14

При среднем положении ступицы радиус качения и динамический радиус модели колеса одинаковы и равны 0,272 м (рис. 3, а).



а

б

Рис. 3. Расположение ступицы: а – по центру колеса; б – со смещением вправо

При правом положении ступицы (рис. 3, б) динамический радиус колеса равен  $r_d = 0,190$  м, в то время как радиус качения, измеряемый по ручью велосипедного обода 4, остался прежним, равным 0,272 м. При левом

положении ступицы динамический радиус равен 0,354 м; при том же радиусе качения 0,272 м.

В табл. 1 приведен план экспериментов и результаты, полученные при воздействии на ступицу колеса крутящего момента 1,36 кгс·м. Все опыты проводились в трехкратной повторности.

В каждой из точек 1 и 3 плана экспериментов значения радиуса качения и динамического радиуса были одинаковы: в точке 1 они равны 0,150 м, а в точке 3 – 0,272 м. Прогнозные (расчетные) значения полной окружной силы в этих точках, вычисленные по соотношению (2) в предположении идеальности модели колеса, равны соответственно 9,07 и 5,00 кгс (табл. 1 и рис. 4).

Таблица 1 – План экспериментов и полученные результаты

№	Радиус колеса, м		Значение полной окружной силы $P_{ко}$ , кгс						Ошибка прогноза, %, в функции от радиуса		
			прогнозные, в функции от радиуса		по результатам измерений						
	$r_k$	$r_d$	$r_k$	$r_d$	по повторностям		арифметическое	квадратичное	$r_k$	$r_d$	
1	0,150	0,150	9,07	9,07	9,06	8,98	9,10	9,05	0,061	+0,2	+0,2
2		0,190	5,00	7,16	4,80	4,80	4,78	4,79	0,012	+4,4	+49,5
3	0,272	0,272	5,00	5,00	4,94	4,96	4,92	4,94	0,035	+1,2	+1,2
4		0,354	5,00	3,84	4,81	4,80	4,81	4,81	0,006	+3,9	-20,2

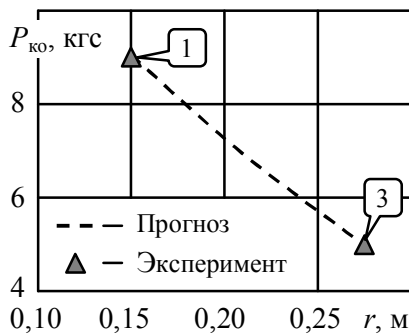


Рис. 4. Сопоставление прогнозных и экспериментальных результатов опытов 1 и 3

Средние арифметические значения результатов эксперимента в этих точках плана равны соответственно 9,05 и 4,94 кгс, что отличается от прогнозных значений соответственно на 0,2 и 1,2 %.

Из этого следует:

а) установка работоспособна, предположения, принятые для упрощения её конструкции, были правильными;

б) механическая добротность установки достаточно высокая (силы трения обусловили отклонение результатов эксперимента от прогнозных не более чем на 1,2 %);

в) из результатов опытов 1 и 3 невозможно определить, какой именно радиус колеса обуславливает изменения полной окружной силы от 9,05 до 4,94 кгс – качения или динамический;

г) для ответа на этот вопрос необходимо сравнить результаты опытов в точках 2, 3 и 4-го плана, которые различаются только зна-

чением динамического радиуса (табл. 1 и рис. 5).

Из них следует, что изменение этого радиуса от 0,190 до 0,354 м (в 1,86 раза) не влияет на полную окружную силу. Её средние значения в обоих случаях одинаковы –  $(4,80 \pm 0,01)$  кгс. То есть динамический радиус совершенно «не работает».

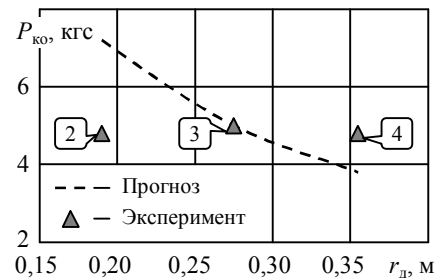


Рис. 5. Сопоставление прогнозных и экспериментальных результатов опытов 2, 3 и 4-го

Некоторое систематическое смещение наблюдается только в точке 3-го плана, где полная окружная сила имеет наибольшее значение – 4,94 кгс. Но это объясняется уменьшением внутренних сил трения экспериментальной установки (от 4,4 до 1,2 % от нагрузки, приложенной к модели колеса), наблюдающимся при центральной установке ступицы.

Возвращаясь к точкам 1 и 3-го плана (рис. 4), следует заключить, что полученное в них изменение полной окружной силы колеса обусловлено различиями в значениях

радиуса качения. Следовательно, данный радиус «работает», причем весьма точно. Расхождений между экспериментальными и теоретическими результатами, как уже указывалось, не превышают 1,2 %. Это является достаточным основанием для принятия гипотезы о том, что преобразование крутящего момента в полную окружную силу определяется радиусом качения колеса  $r_k$ , а не динамическим радиусом  $r_d$ .

Дополнительным, и не менее важным аргументом в пользу правильности гипотезы является то, что применение радиуса качения обеспечивает однородность размерностей правых и левых частей равенств (1) и (2), которая является обязательным условием правильности любых математических соотношений. А именно, произведение величин  $\omega$  и  $r_k$ , единицами измерения которых являются рад/с и м/рад соответственно, приводит к единице правой части соотношения (1), равной м/с, что и требуется. А частное от деления крутящего момента  $M$  на  $r_k$ , если применить корректную единицу момента Н·м/рад [12], приводит в правой части соотношения (2) к единице ньютон, что и требуется.

Если же применять динамический радиус, измеряемый в метрах, то единицы левых и правых частей соотношений (1) и (2) будут различными. Это является признаком ошибочности соотношений.

Итак, мы установили, что соотношение (2) должно иметь вид:

$$P_{ко} = M / r_k. \quad (3)$$

Для каждого отдельно взятого эластичного колеса радиус качения без скольжения  $r_k$  является фиксированной величиной, определяемой в одном строго регламентированном режиме – при минимальной окружной силе и отсутствии крутящего момента. Значение этого радиуса в радиальных шинах очень мало зависит от нормальной деформации. Например, при увеличении нормальной нагрузки на шину от 0 до 6 кН динамический радиус уменьшается от 0,32 до 0,29 м, а радиус качения – от 0,32 до 0,31 м [13]. Это обусловлено тем, что беговая часть радиальных шин «... ведет себя при качении колеса подобно тракторной гусеничной ленте» [14]. Путь, который проходит колесо за каждый оборот этой недеформирующейся в продольном направлении ленты, практически не зависит от нормальной деформации шины. Естественно, что от нее не зависит и ра-

диус качения колеса, представляющий собой  $1/2\pi$  часть упомянутого пути.

Положение о том, что соотношение между крутящим моментом и полной окружной силой колеса в выражении (3) является фиксированным (независимым от режимов и условий работы колеса), подтверждается и результатами исследований Е. Б. Станкевича [8]. На широком экспериментальном материале он изучал свойства эмпирического коэффициента  $\beta$ , которым обозначал соотношение между крутящим моментом и окружной силой колеса. Оказалось, что этот коэффициент практически не зависит от механических свойств опорной поверхности, окружной силы, крутящего момента, нормальной нагрузки и давления воздуха в шине, то есть, что он является постоянной величиной. На основании этого Е. Б. Станкевич сделал вывод, что данный коэффициент эквивалентен свободному радиусу колеса  $r_c$ . Однако свободный радиус не имеет отношения к процессу качения, поэтому более логично считать, что коэффициент  $\beta$  является аналогом радиуса качения без скольжения  $r_k$ , который тоже является постоянной величиной.

Из сравнения соотношений (1) и (3) следует, что одно и то же значение радиуса качения  $r_k$  определяет одновременно как скоростные, так и силовые показатели работы эластичного колеса. Это не парадокс, а проявление незримо действующего в природе закона сохранения энергии. Благодаря ему кинематические и силовые свойства объектов природы существуют не разрозненно, «каждое само по себе», а в неразрывной связи, наложенной на эти свойства законом сохранения энергии. Согласно ему, выигрыш в силе можно получить только за счет точно такого же проигрыша в пути (скорости), и наоборот. Поэтому и присутствует в соотношениях (1) и (3) радиус  $r_k$  – в первом как множитель, а во втором – как делитель.

Применительно к нашему случаю закон сохранения энергии можно записать в виде условия:

$$P_{ко} v_T = M \omega, \quad (4)$$

где левая часть  $P_{ко} v_T$  представляет собой полную мощность колеса, развиваемую в поступательном движении, а правая часть  $M \omega$  – подводимую к колесу мощность  $N$  вращательного движения.

Это условие наложено на выходные показатели  $P_{ко}$  и  $v_T$  работы колеса, каждый из ко-

торых представляет собой сумму всех частных показателей, поэлементно характеризующих силовые и скоростные обстоятельства функционирования колеса.

Например, колесо может преодолевать самые разные силы сопротивления – качению, воздуха, подъема и т.п. Но сумма всех этих сил всегда равна полной окружной силе  $P_{ко}$ , генерируемой колесом в результате преобразования подведенного к нему крутящего момента  $M$ .

Теоретическая скорость движения колеса может в самых разных соотношениях складываться на действительную скорость движения и скорость скольжения колеса относительно опорной поверхности. Но их сумма всегда равна генерируемой колесом теоретической скорости  $v_T$ , получаемой в результате преобразования угловой скорости вращения  $\omega$ . Благодаря таким свойствам величин  $P_{ко}$  и  $v_T$  условие (4) охватывает все без исключения возможные режимы и условия работы эластичных колес.

Положим, что в нашем распоряжении есть только соотношения (1) и (2). Перемножим почленно их левые и правые части:

$$P_{ко}v_T = M\omega \frac{r_k}{r}. \quad (5)$$

Соотношение (5) может отвечать условию (4) закона сохранения энергии только в одном-единственном случае – когда радиус  $r$  в знаменателе будет тождествен радиусу качения  $r_k$  в числителе, то есть когда соотношение (2) будет применяться в форме соотношения (3).

При любом ином значении радиуса  $r$  соотношение (5) не будет удовлетворять условию (4), то есть будет противоречить закону сохранения энергии. Например, если значение  $r$  будет меньше, чем  $r_k$ , то мощность колеса в его поступательном перемещении (левая часть соотношения (5)) окажется большей, чем подведенная к колесу мощность (правая часть соотношения (4)). Колесо будет представлять собой вечный двигатель. А если значение  $r$  будет больше, чем  $r_k$ , то колесо будет представлять собой «черную дыру», в котором энергия бесследно исчезает.

Эти обстоятельства являются достаточным теоретическим доказательством того, что в соотношении (2) должен применяться только радиус качения без скольжения  $r_k$  и никакой другой.

Из соотношений (4) и (5) следует:

а) результаты проведенных испытаний модели колеса подтверждаются следствиями из закона сохранения энергии;

б) теоретическая скорость движения колеса  $v_T$  и его полная окружная сила  $P_{ко}$  – это два сомножителя единого целого – полной мощности колеса в его поступательном движении. Поэтому вычисление значений упомянутых скорости и силы – это не две отдельные задачи (как рассматривается в современной теории качения), а одна задача по определению двух взаимосвязанных координат  $v_T$  и  $P_{ко}$  некоторой рабочей точки  $A$  при условии, что  $P_{ко}v_T = M\omega = N$  (рис. 6).

Положим, например, что к колесу, имеющему некоторый радиус качения, подводится мощность 25 кВт. Если его теоретическая скорость движения  $v_T = 20$  м/с, то полная окружная сила  $P_{ко}$  будет равна 1,25 кН – точка  $B$  на рис. 6.

Если радиус качения этого колеса или угловую скорость его вращения уменьшить вдвое, то теоретическая скорость снизится от 20 до 10 м/с – точка  $C$ . Но при этом ровно вдвое увеличится полная окружная сила – от 1,25 до 2,50 кН.

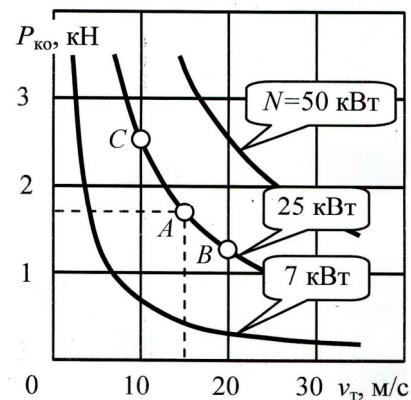


Рис. 6. Взаимосвязь теоретической скорости движения  $v_T$  и полной окружной силы  $P_{ко}$  колеса

Из результатов данной работы следуют и несколько побочных выводов.

А. Общепринятое положение о том, что момент силы равен расстоянию от центра вращения до линии действия силы, не имеет всеобщего характера. Это гениальное предложение Архимеда было выдвинуто им при изучении простейших рычажных механизмов. Оно абсолютно справедливо для твердых тел, но эластичные колеса к ним не относятся [10, 12]. А механическое применение принципа отвердевания, к которому апелли-

руют защитники динамического радиуса, для эластичных колес тоже непропорционально [11].

Б. Необходимость применения в соотношении (3) радиуса качения, единицей которого является м/рад, подтверждает вывод работы [12] о том, что единицей момента силы является Н·м/рад, а не Н·м, предписанный Международной системой единиц (СИ). Следовательно, СИ нуждается в уточнении.

В. Полученные в данной работе результаты требуют пересмотра существующих воззрений на применение радиусов в теории качения эластичных колес. А именно, в настоящее время в ней применяются два радиуса – динамический  $r_d$  и радиус качения  $r_k$ . Последний представляет собой величину, равную отношению продольной составляющей действительной поступательной скорости движения колеса  $v_d$  к его угловой скорости вращения  $\omega$  [1, п. 27]:

$$r_k = v_d / \omega = v_t(1-s) / \omega = r_k(1-s), \quad (6)$$

где  $s$  – коэффициент продольного скольжения колеса [1].

В понятии этого радиуса механически смешаны две разнородные и не связанные между собой характеристики процесса движения колеса – перекачивание и продольное скольжение, первая из которых обусловлена внутренними свойствами колеса, а вторая – преимущественно условиями его взаимодействия с дорогой. Следовательно, данный радиус – эклектика, искусственная конструкция, назначение и сфера применения которой проблематичны.

Радиусы  $r_d$  и  $r_k$  не востребованы в теории качения эластичного колеса. Она не нуждается в этих радиусах, они бесосновательно привнесены в теорию качения, для неё необходим и достаточен только радиус качения без скольжения  $r_k$ . Именно он логически востребован в соотношениях (1) и (3), характеризующих выходные показатели работы колеса в качестве преобразователя энергии вращательного движения в механическую работу поступательного перемещения.

В частности, установление факта, что радиусы  $r_d$  и  $r_k$  не имеют отношения к теории качения, имеет и поучительную сторону. Из него следует, что великое множество ранее выполненных теоретических и экспериментальных исследований, посвященных изучению зависимости этих радиусов от всевозможных режимов и условий работы эластичных шин, было совершенно не нужным.

Г. Радиус качения без скольжения  $r_k$  является атрибутом, важнейшим параметром эластичного колеса. В теории качения он играет роль такой же фундаментальной константы, как и абсолютный ноль температуры в термодинамике. Даже в случае совпадения значений радиусов  $r_k$  и  $r_d$  необходимо оговаривать, что расчет ведется с применением радиуса качения без скольжения  $r_k$ , а не динамического радиуса  $r_d$ . Игнорирование этого обстоятельства будет представлять собой пренебрежение принципом однородности размерностей и законом сохранения энергии.

### Выводы

Экспериментальная проверка, выполненная на механической модели эластичного колеса, показала, что динамический радиус «не работает». Следовательно, применение этого радиуса в теории качения эластичного колеса является ошибкой.

Взаимосвязь между крутящим моментом и полной окружной силой эластичного колеса определяется, как и предписано в пункте 38 ГОСТ 17692–72, радиусом качения без скольжения  $r_k$ .

Этот радиус является важнейшим параметром (атрибутом), связывающим воедино, в соответствии с законом сохранения энергии, кинематические и силовые свойства эластичного колеса.

Все иные радиусы колеса в теории качения не востребованы. Свободный, статический и динамический радиусы, как обоснованно указано в ГОСТ 17692–72, характеризуют только геометрические элементы и параметры колеса и линии действия реакций.

Что касается радиуса качения колеса  $r_k$ , то он представляет собой искусственную конструкцию, назначение и область применения которой проблематичны.

Полученные в данной работе результаты требуют уточнения учебной и справочной литературы по теории движения самоходных машин.

### Литература

- ГОСТ 17692–72. Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. – Москва, 1972. 24 с.
- Wheel slip control for decentralized EVs. *Vehicle dynamics International-2019*. P. 24–26.
- Integrated dynamics and efficiency optimization for EVs. *Vehicle dynamics International-2019*. P. 38–39.
- Петрушов В.А., Шуклин С.А., Московкин В.В. Сопроотивление качению автомобилей и автопоездов. Москва, 1975. 224 с.

5. Jacobson B. Vehicle dynamics. Chalmers University of Technology, 2016. 281 p.
6. Hamersma Herman A., Botha Theunis R. & P. Els Schalk. The dynamic rolling radius of a pneumatic tyre on hard terrains. URL: [https://repository.up.ac.za/bitstream/handle/2263/60630/Hamersma\\_Dynamic\\_2016.pdf?sequence=1](https://repository.up.ac.za/bitstream/handle/2263/60630/Hamersma_Dynamic_2016.pdf?sequence=1) (дата обращения: 15.01.2019).
7. Mario Hirz. Basics of longitudinal vehicle dynamics Conference: Automotive Workshop, At Tongji University, 2015. URL: [https://www.researchgate.net/publication/280303367\\_Basics\\_of\\_longitudinal\\_vehicle\\_dynamics](https://www.researchgate.net/publication/280303367_Basics_of_longitudinal_vehicle_dynamics) (дата обращения: 15.01.2019).
8. Станкевич Э.Б. Зависимость силового нагружения колеса от его геометрических параметров. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. 1987. № 9. С. 6–9.
9. Шабаров А.А. Отдельные вопросы процесса равномерного качения ведущего пневматического колеса. *Исследование ходовых систем колесных тракторов*. Труды НАТИ. Вып. 212. Москва, 1971. С. 3–30.
10. Пожидаев С.П. Об одном заблуждении в теории качения эластичного колеса. *European Applied Sciences: modern approaches in scientific researches*. Papers of the 6<sup>th</sup> International scientific Conference. (Stuttgart, October 28–29, 2013). Stuttgart, Germany. 2013. P. 73–74.
11. Пожидаев С.П. Усовершенствование механической модели эластичного колеса. *European Applied Sciences: modern approaches in scientific researches*. Papers of the 6<sup>th</sup> International scientific Conference. (Stuttgart, October 28–29, 2013). Stuttgart, Germany. 2013 P. 75–77.
12. Пожидаев С. Уточнения понятия моменту сили у механіці. *Автотракторознавство України*. 2012. № 1. С. 21–25.
13. The effective rolling radius. URL: [https://www.tut.fi/ms/muo/vert/11\\_tyre\\_as\\_car\\_component/handling\\_input\\_rolling\\_radius.htm](https://www.tut.fi/ms/muo/vert/11_tyre_as_car_component/handling_input_rolling_radius.htm) (дата обращения: 15.01.2019).
14. Работа автомобильной шины. под. ред. В. И. Кнороза. Москва, 1976. 238 с.
- ic tyre on hard terrains. URL: [https://repository.up.ac.za/bitstream/handle/2263/60630/Hamersma\\_Dynamic\\_2016.pdf?sequence=1](https://repository.up.ac.za/bitstream/handle/2263/60630/Hamersma_Dynamic_2016.pdf?sequence=1) (last accessed: 15.01.2019).
7. Mario Hirz. (2015). Basics of longitudinal vehicle dynamics Conference: Automotive Workshop, At Tongji University. URL: [https://www.researchgate.net/publication/280303367\\_Basics\\_of\\_longitudinal\\_vehicle\\_dynamics](https://www.researchgate.net/publication/280303367_Basics_of_longitudinal_vehicle_dynamics) (last accessed: 15.01.2019)
8. Stankevych E.V. (1987). Zavysymost' sylovoho nahruzhenyya kola ot eho heometrycheskykh parametrov [The dependence of the force loading of the wheel from its geometrical parameters]. *Mekhanizatsiya y elektrifikatsiya sel'skoho khozyaystva – Mechanization and electrification of agriculture*, №. 9. P. 6–9 [in Russian].
9. Shabarov A.A. (1971). Otdel'nie voprosi protsessa ravnornomnoho kachenyya vedushcheho pnevmaticheskoho kola [Selected issues of the uniform rolling of the pneumatic wheel]. *Yssledovanye khodovikh system kolesnikh traktorov. – Trudi NATY. Vip. 212. Moskva, P. 3–30 [in Russian]*.
10. Pozhydaev S. P. (2013). Ob odnom zabluzhdenyy v teoryi kachenyya elastichnoho kola [On a misconception in the theory of rolling elastic wheel]. *European Applied Sciences: modern approaches in scientific researches*: Papers of the 6<sup>th</sup> International Scientific Conference. (Stuttgart, October 28–29, 2013). Stuttgart, Germany. P. 73–74.
11. Pozhydaev S. P. (2013). Usovershenstvovanye mekhanicheskoy modely elastichnoho kola [Improvement of the mechanical model of the elastic wheel]. *European Applied Sciences: modern approaches in scientific researches*: Papers of the 6<sup>th</sup> International scientific Conference. (Stuttgart, October 28–29, 2013). Stuttgart, Germany. P. 75–77.
12. Pozhydayev, S. (2018). Utochnennyya ponyattya momentu syly u mekhanitsi [Clarification of the concept of force moment in mechanics]. *Avtoshlyakhovyk Ukrainy*. 1. P. 21–25 [in Ukrainian].
13. The effective rolling radius. URL: [https://www.tut.fi/ms/muo/vert/11\\_tyre\\_as\\_car\\_component/handling\\_input\\_rolling\\_radius.htm](https://www.tut.fi/ms/muo/vert/11_tyre_as_car_component/handling_input_rolling_radius.htm) (last accessed: 15.01.2019)
14. Rabota avtomobyl'noy shyni [Car tire operation]. (1976). Pod. red. V.Y. Knoroza. Moskva, 238 p.

#### References

1. GOST 17692–72. (1972). Avtomobyly. Kachenye kola. Termyni y opredelenyya [Cars. Wheel rolling. Terms and Definitions]. Moskva, 1972.
2. Wheel slip control for decentralized EVs. *Vehicle dynamics International-2019*. P. 24–26.
3. Integrated dynamics and efficiency optimization for EVs. *Vehicle dynamics International-2019*. P. 38–39.
4. Petrushov V. A., Shuklyn, S. A., Moskovkyn V. V. (1975). Soprotivlenye kachenyyu avtomobyley y avtopoezdov [Rolling resistance of cars and trucks]. Moskva. 224 p.
5. Jacobson B. (2016). Vehicle dynamics. Chalmers University of Technology.
6. Hamersma Herman A., Botha Theunis R. & P. Els Schalk. The dynamic rolling radius of a pneumatic

**Пожидаев Сергей Петрович**<sup>1</sup>, к.т.н., ст. науч. сотрудник, тел. +038050-246-40-65, [spozhy2@ukr.net](mailto:spozhy2@ukr.net),

**Шкаровский Григорий Васильевич**<sup>1</sup>, к.т.н., доцент кафедры тракторов, автомобилей и биоэнергосистем, тел. (+38067)185-83-38, [grishkar@i.ua](mailto:grishkar@i.ua).

<sup>1</sup>Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, Украина, г. Киев, ул. Героев Оборона, 15.



### Експериментальне дослідження механічної моделі еластичного колеса

**Анотація.** ГОСТ 17692–72 приписує, що перетворення підведеного до колеса крутного моменту в його повну колову силу визначається радіусом кочення колеса без ковзання. Проте на цей час панує думка, що це перетворення визначається динамічним радіусом колеса. Але ці радіуси розрізняються своїми визначеннями, фізичним змістом, числовими значеннями й навіть одиницями виміру (радіус кочення вимірюється в радіанах на метр, а динамічний радіус – у метрах). У колі з еластичними шинами низького тиску радіус кочення та динамічний можуть відрізнятися на 25 %. В умовах такої невизначеності теорія кочення еластичних коліс не може претендувати на достовірність отримуваних результатів. Їх завжди можна оскаржити, протиставивши істотно інші результати. **Мета роботи** – експериментально перевірити гіпотезу, що співвідношення між крутним моментом і повною коловою силою еластичного колеса визначається радіусом кочення без ковзання, а не динамічним радіусом. Експерименти проводилися на механічній моделі еластичного колеса, динамічний радіус якої міг на  $\pm 30\%$  відрізнятися від радіуса кочення. З отриманих результатів зрозуміло, що зміна динамічного радіуса зовсім не впливає на повну колову силу колеса. Вона залежить від радіуса кочення, застосування якого забезпечує дотримання закону збереження енергії. Тому панівна сьогодні думка про визначальний характер динамічного радіуса є помилковою. Навіть у випадку збігу значень радіуса кочення та динамічного радіуса необхідно зазначити, що застосовується радіус кочення, а не динамічний. Ігнорування цієї обставини буде принциповою методологічною неточністю, яка означатиме нехтування законом збереження енергії. Отримані результати вимагають перегляду наявних точок зору на застосування радіусів еластичного колеса в теорії кочення. А саме ця теорія потребує значень лише одного-єдиного радіуса – радіуса кочення без ковзання. Усі інші радіуси колеса для теорії кочення не потрібні. Отримані в даній роботі результати вимагають перегляду навчальної літератури з теорії руху самохідних машин і настанов за розрахунком високоеластичних рушіїв.

**Ключові слова:** крутний момент колеса, повна колова сила, динамічний радіус, радіус кочення без ковзання.

**Пожидаєв Сергій Петрович**<sup>1</sup>, к.т.н., ст. наук. співробітник,  
тел. +038050-246-40-65, [spozhy2@ukr.net](mailto:spozhy2@ukr.net),

**Шкарівський Григорій Васильович**<sup>1</sup>, к.т.н., доцент кафедри тракторів, автомобілів і біоенергосистем, тел. (+38067)185-83-38, [grishkar@i.ua](mailto:grishkar@i.ua).

<sup>1</sup>Національний університет біоресурсів і природокористування України, 030041, Україна, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 15.

### Experimental Research of Mechanical Model of an Elastic Wheel

**Abstract. Problem.** At present, the prevailing view is that the total circumferential force of the wheel is equal to the quotient of torque by the loaded radius of the wheel. However, works are known in which it is stated that the torque should be divided not by the loaded radius, but by the rolling radius without sliding. But these radii differ in their definitions, physical meaning, numerical values, and even units of measurement. In wheels with elastic low pressure tires, the radius of rolling and the dynamic radius can vary by 25 %. Under conditions of such uncertainty, the theory of rolling elastic wheels cannot claim to be reliable for the results it provides. They can always be challenged by opposing significantly different results. **Goal.** The aim of the work is to experimentally test the hypothesis that the relationship between torque and the total circumferential force of an elastic wheel is determined by rolling radius without sliding. **Methodology.** The experiments were carried out on a mechanical model of an elastic wheel, the loaded radius of which could differ by  $\pm 30\%$  from the rolling radius. **Results, originality, practical significance.** It has been established that a change in the dynamic radius does not completely affect the total circumferential force of the wheel. It depends on the rolling radius, the use of which ensures compliance with the law of conservation of energy. Therefore, the prevailing opinion today about the decisive role of the loaded radius is false. Even in the case of coincidence of values of radius of rolling and loaded radius, it should be noted that the radius of rolling is used, and not loaded. Ignoring this circumstance will constitute a fundamental methodological inaccuracy, meaning the neglect of the law of conservation of energy.

**Key words:** wheel torque, full circumferential force, loaded radius, rolling radius without sliding.

**Pozhydaev Serhey**<sup>1</sup>, Candidate of Engineering Sciences, Senior Research Officer,  
tel. +038050-246-40-65, [spozhy2@ukr.net](mailto:spozhy2@ukr.net),

**Shkarovskyy Hryhoryy**<sup>1</sup>, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Tractors, Automobiles and Bioenergosystems, tel. +38067-185-83-38, [grishkar@i.ua](mailto:grishkar@i.ua).

<sup>1</sup>National university of life and environmental sciences of Ukraine, 15, Heroes of Defense street, Kyiv, Ukraine, 030041.